

5. Übung zu Mathematik für Biologen I

<http://www.mi.uni-koeln.de/~mkurth/biologie>

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Ableitungen und den Definitionsbereich der Funktionen

- (i) $f_1(x) = (3x^5 - 2x^2)(1 - 2x^4)$
- (ii) $f_2(x) = (3x^2 - 2\exp(x))/(x^2 + 1)$
- (iii) $f_3(x) = \ln(\sqrt{3x^2 + 5})$
- (iv) $f_4(x) = 1/(1 - |x|)$
- (v) $f_5(x) = \sin(1/x)$ (Es gilt $\sin'(x) = \cos(x)$)

Aufgabe 2

Bestrahlt man gewisse Stämme von Tabak-Viren (z.B. Ancuba) mit Röntgenstrahlen der Dosis R , so wird ein Teil der Viren inaktiviert. Die Anzahl der überlebenden Viren $N(x)$ nimmt dabei exponentiell mit der Röntgendosis ab:

$$N(R) = N_0 \exp(-\sigma R).$$

Hierbei ist die Zerfallskonstante $\sigma > 0$ abhängig vom Biotop.

- (i) Zeichnen Sie die Funktion für $N_0 = 1$ und $\sigma = 0.1$ für $R > 0$. Welches Monotonieverhalten besitzt $N(R)$?
- (ii) Berechnen Sie $N'(R)$ und zeigen Sie durch Einsetzen, dass $N(R)$ Lösung folgender Differentialgleichung ist:

$$N'(R) = -\sigma N(R)$$

- (iii) Sei nun $\sigma = 0.1$. Welche Dosis R ist erforderlich, um 80% der Viren zu inaktivieren?

Aufgabe 3

Die Regel von l'Hospital liefert eine Formel für den Grenzwert

$$\lim_{t \rightarrow a} \frac{f(t)}{g(t)}$$

im Fall $\lim_{t \rightarrow a} f(t) = \lim_{x \rightarrow a} g(t) = 0$. Falls $\lim_{t \rightarrow a} \frac{f'(t)}{g'(t)} \in \mathbb{R}$, so gilt nach dieser Regel

$$\lim_{t \rightarrow a} \frac{f(t)}{g(t)} = \lim_{t \rightarrow a} \frac{f'(t)}{g'(t)}$$

- (i) Berechnen Sie mit der Regel von l'Hospital den Grenzwert

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\exp(\lambda\tau) - 1}{\tau}.$$

- (ii) Berechnen Sie mittels des Differenzenquotienten und (i) die Ableitung von $x(t) = \exp(\lambda t)$.
- (iii) Betrachten Sie nun die Folge $x_n = \exp(n\lambda)$. Für welches g gilt $x_{n+1} = g(x_n)$?

Abgabe in den jeweiligen Übungsstunden am 21.11.2002 bzw. 22.11.2002.