

Übungsblatt Nr. 3

Abgabe am 13.5.2002 vor den Übungen

Aufgabe 1 (10 Punkte):

Bei europäischen Orchideen kann es in seltenen Fällen zu Strukturanomalien kommen. Die Wahrscheinlichkeit, daß eine Orchidee an Missbildungen des Blütenstandes leidet beträgt 0.05. Die Zufallsvariable X gebe die Anzahl an Missbildungen unter 10 untersuchten Orchideen an. Geben Sie den Ereignisraum an und zeichnen die Dichtefunktion und die Verteilungsfunktion.

Aufgabe 2 (10 Punkte):

In Deutschland werden etwas mehr Jungen als Mädchen geboren. Laut statistischem Jahrbuch beträgt die Wahrscheinlichkeit für eine Jungengeburt $p = 0.514$.

- (i) Eine Familie hat 3 Kinder. Wie wahrscheinlich ist es, daß
- alle Jungen sind ?
 - eines ein Mädchen ist und zwei Jungen sind ?
 - das älteste Kind ein Mädchen ist und die beiden Nachgeborenen männlich sind ?
- (ii) Früher wollten Ehepaare mindestens ein männliches Kind haben. Diese Paare bekamen so lange Kinder bis der erste Sohn geboren wurde. Wie lange mussten sie im Durchschnitt auf den Sohn warten ?
Tip: Aus der Formel für die geometrische Reihe kann man folgern (und auch ohne Beweis benutzen), daß für $|q| < 1$ gilt:

$$\sum_{k=1}^n kq^{k-1} = \frac{1 - (1-q)^n(1+qn)}{q^2}.$$

Aufgabe 3 (mündlich):

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Samenkorn der Margerite innerhalb von 1 Woche keimt beträgt 0.8. Für die nächste Bundesgartenschau soll ein Margeritenbeet gepflanzt werden, dazu werden 15 Samenkörner in 1 cm Tiefe gesät. Die Zufallsvariable X beschreibe die Anzahl der Samenkörner, die nach 1 Woche gekeimt sind.

- (i) Geben Sie die Verteilung dieser Zufallsvariable an.
- (ii) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, daß mindestens 14 dieser Samenkörner keimen ?
- (iii) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, daß 12 oder weniger Samenkörner keimen ?

Aufgabe 4 (mündlich):

Beweisen Sie folgende Formel für die Binomialkoeffizienten:

$$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}.$$

Anmerkung: Das ist die Bildungsregel für das Pascalsche Dreieck: Bildet man ein Dreieck von Zahlen dadurch, daß man an die Dreiecksspitze eine 1 und in jeder darauffolgenden Zeile zwischen zwei Zahlen der darüberstehenden Zeile deren Summe schreibt und am linken und rechten Rand noch je eine 1 hinzufügt, so steht in der n -ten Zeile an der k -ten Stelle gerade der Binomialkoeffizient, wenn man die Zeilen und innerhalb einer Zeile die Stellen jeweils von 0 an durchnumeriert.

Schreiben Sie nun die ersten 5 Zeilen des Pascalschen Dreiecks auf, wieso ist dieses symmetrisch ?