

---

## Übungsblatt Nr. 5

Abgabe am 3.6.2002 vor den Übungen

### Aufgabe 1 (10 Punkte):

Eine Kohorte von eurasischen Zwergmäusen wurde bezüglich ihres Gewichts untersucht. Dabei ergab sich folgende Dichtefunktion:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 5, \\ \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}, & \text{für } 5 \leq x \leq 7, \\ -\frac{2}{3}x + \frac{16}{3} & \text{für } 7 \leq x \leq 8, \\ 0 & \text{für } x \geq 8. \end{cases}$$

- (i) Skizzieren Sie die Dichtefunktion sowie die Verteilungsfunktion.
- (ii) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Maus zwischen  $17/3$  und  $23/3$  wiegt ?
- (iii) Bestimmen Sie den Mittelwert und die Varianz der Zufallsvariable.
- (iv) Welche Abschätzung für die Wahrscheinlichkeit aus (ii) ergibt sich mit der Tschebyscheffschen Ungleichung ?

### Aufgabe 2 (10 Punkte):

Eine Bakterienpopulation wird mit einem Gift kontaminiert. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Organismus eine Zeitspanne  $t$  überlebt. Die Zufallsvariable  $X$  beschreibe die Überlebenszeit.  $X$  ist in diesem Fall exponentialverteilt, d.h. die zugehörige Dichtefunktion ist gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} \lambda \exp(-\lambda x) & \text{für } x \geq 0, \\ 0 & \text{für } x < 0. \end{cases}$$

Nach einer Zeit von 10 Tagen seien 50% der Organismen abgestorben. Man überlege sich, dass in diesem Fall  $\lambda = \ln(2)/10$  ist.

- (i) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion  $F_X(x)$  und skizzieren Sie diese.
- (ii) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Organismus länger als 50 Tage lebt.
- (iii) Wie gross ist der Erwartungswert ? Warum stimmt dieser nicht mit der Halbwertszeit überein ?

**Hinweis:** Die Stammfunktion von  $g(x) = x \exp(x)$  lautet  $G(x) = \exp(x)(x - 1)$ .