MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT ZU KÖLN
Johannes Schropp, Michael Kurth

SS 2003
15.5.2003

3. Übung zu Mathematik für Biologen II

http://www.mi.uni-koeln.de/∼mkurth/statistik

Aufgabe 1

Seien A und B zwei Ereignisse mit $P(A), P(B) > 0$. Dann wird B unabhängig von A genannt, falls gilt:

$$P(B|A) = P(B).$$

(i) Zeigen Sie mit Hilfe der Definition der bedingten Wahrscheinlichkeit, dass aus B unabhängig von A folgt, dass auch A unabhängig von B ist.

(ii) Folgern Sie dann, dass für zwei voneinander unabhängige Ereignisse gilt:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

(iii) Zeigen Sie weiter, dass die Umkehrung auch gilt, dass also aus $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ stets die Unabhängigkeit der Ereignisse folgt.

Aufgabe 2

In Deutschland werden etwas mehr Jungen als Mädchen geboren. Laut statistischem Jahrbuch beträgt die Wahrscheinlichkeit für eine Jungengeburt 0.514. In dieser Aufgabe betrachten wir eine zufällig ausgesuchte Familie mit drei Kindern.

(i) Geben Sie den Ereignisraum Ω an sowie die Zufallsvariable X für die Anzahl der Mädchen an. Wie lautet die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X?

(ii) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse an

- A: Die Familie hat Kinder beiderlei Geschlechts.
- B: Höchstens eines der Kinder ist ein Mädchen.

(iii) Sind A und B voneinander unabhängig (vgl. Aufgabe 1)?

(iv) Gilt die Aussage aus (iii) auch, wenn Mädchen- und Jungengeburt als gleichwahrscheinlich angenommen werden ?

Aufgabe 3

Das Theorem von Bayes findet in vielen Bereichen Anwendung wie etwa beim Vaterschaftstest ("Essen-Möller-Formel") oder bei der vorgeburtlichen Diagnostik. Beispielsweise wird es zur Ermittlung der Wahrscheinlichkeit für die Geburt eines Kindes mit Down-Syndrom benutzt:

Empirisch liegt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine 30-jährige Frau ein Kind mit Down-Syndrom bekommt bei 1/1000. Um das Risiko näher zu bestimmen wird der sogenannte Triple-Test durchgeführt bei dem die Konstellation dreier Testparameter im mütterlichen Blut bestimmt wird. Dabei besitzen 70% der Mütter, die später ein Kind mit Down-Syndrom zur Welt bringen eine auffällige Wertekonstellation, während bei "normalen" Schwangerschaften lediglich 5% eine Auffälligkeit aufweisen. Falls der Triple-Test nun Auffälligkeiten aufweist, wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Mutter ein Kind mit Down-Syndrom zur Welt bringt ?

Abgabe am 22.5.2003 in der Übungsstunde.