MATHEMATISCHES INSTITUT
DER UNIVERSITÄT ZU KÖLN
Johannes Schropp, Michael Kurth

SS 2003
22.5.2003

4. Übung zu Mathematik für Biologen II

http://www.mi.uni-koeln.de/~mkurth/statistik

Aufgabe 1

Zur Eindämmung einer Krankheit werden 500 erkrankte Schafe mit einem Antibiotikum behandelt. Aus Erfahrung weiss man, dass einige Viren resistent sind, so dass die Behandlung bei fünf von 1000 Schafen wirkungslos bleibt. Die Zufallsvariable X beschreibe dann die Anzahl der kranken Schafe nach der Behandlung.

(i) Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz der Zufallsvariable, indem Sie ein Binomialmodell zu Grunde legen.

(ii) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(X = k)$ für $k = 0, 1, 2$ exakt.

Tip: Erst die Formel vereinfachen, dann Taschenrechner benutzen.

(iii) Approximieren Sie die Werte aus (i) mit einer geeigneten Poissonverteilung.

Aufgabe 2

Im Jahre 1910 führten Rutherford und Geiger ein Experiment durch, bei dem Sie die Anzahl der Zerfälle eines radioaktiven Materials innerhalb eines gewissen Zeitraums zählten. Genauer wurde die Anzahl der emmitierten α Teilchen während eines Zeitraums von 7.5 Sekunden bestimmt. Bei insgesamt 2608 Versuchen erhielten sie absolute Häufigkeiten n_k für die Anzahl der Versuche, in denen k Teilchen emittierten, vgl. folgende Tabelle:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n_k	57	203	383	525	532	408	273	139	45	27	10	4	2

Es stellt sich die Frage, welcher Wahrscheinlichkeitsverteilung obiges Experiment genügt.

(i) Berechnen Sie Mittelwert und Varianz der Stichprobe.

(ii) Warum liegt es nahe, eine Poissonverteilung anzunehmen? Wie würden Sie den Parameter λ wählen ?

(iii) Vergleichen Sie die Wahrscheinlichkeiten aus (ii) für $k = 3, 8, 11$ mit den relativen Häufigkeiten.

(iv) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der emittierten $\alpha-$Teilchen in 7.5 Sekunden grösser als 2 ist?

(v) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der emittierten $\alpha-$Teilchen in 15 Sekunden grösser als 2 ist?

(vi) Haben Sie eine Idee, wie die Anzahl der emittierten $\alpha-$Teilchen in 15 Sekunden verteilt sein könnte ?

Bitte wenden !

Aufgabe 3

Eine Gerücht besagt, dass beide Teile von Regenwürmern, die etwa bei Gartenarbeiten auseinandergehackt werden, weiterleben. Um die These zu überprüfen zerhackt ein Kind 5000 Regenwürmer. Natürlich überlebt maximal ein Teil des Wurms, und zwar mit der geringen Wahrscheinlichkeit $p = 0.001$. Sei nun X die Zufallsvariable, die die Anzahl der überlebenden Würmer zählt.

(i) Geben Sie die Verteilung der Zufallsvariable an und berechnen Sie Erwartungswert und Varianz von X.

(ii) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass kein Wurm überlebt ?

(iii) Geben Sie mit Hilfe der Tschebyscheffschen Ungleichung eine Abschätzung für die Wahrscheinlichkeit an, dass weniger als 10 Würmer überleben.

(iv) Geben Sie zusätzlich einen geeigneten Näherungswert für die Wahrscheinlichkeiten aus (ii) und (iii) an.

Als begleitende Literatur zur Vorlesung wird empfohlen:

- Köhler, Schachtel, Voleske: Biostatistik, Springer Verlag
- Kreyszig: Statistische Methoden und ihre Anwendungen, Vanderhoeck & Ruprecht
- Hadeler: Mathematik für Biologen, Springer Taschenbücher

Abgabe am 5.6.2003 in der Übungsstunde.