

8. Übung zu Mathematik für Biologen II

<http://www.mi.uni-koeln.de/~mkurth/statistik>

Aufgabe 1

Eine neue Maissorte ist gezüchtet worden und es soll untersucht werden, wie schnell diese im Mittel in den ersten 30 Tagen wächst. Das Wachstum einer Pflanze in der ersten 30 Tagen nach Aussaat hängt wesentlich von den Umwelteinflüssen und nicht von der bisherigen Grösse ab und kann daher als 30-fache Wiederholung von unabhängigen Zufallsexperimenten aufgefasst werden. Aus vorigen Experimenten kann man davon ausgehen, dass das tägliche Wachstum (in mm) normalverteilt mit Mittelwert $\mu = 3$ und Varianz $\sigma^2 = 1.2$ ist. Es bezeichne X_i das Wachstum der Pflanze am Tag i .

- (i) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Pflanze am ersten Tag mehr als 5 mm wächst ?
- (ii) Beschreiben Sie die Zufallsvariable

$$\bar{X} = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} X_i = \frac{1}{30} (X_1 + X_2 + \dots + X_{30})$$

verbal und geben Sie die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung an.

- (iii) Wie ist die Zufallsvariable $Y = 30 \cdot \bar{X}$ verteilt ? Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Pflanze nach 30 Tagen mehr als 1 cm gross ist ?

Aufgabe 2

Die Streuung bei Zufallsexperimenten wird meist erheblich überschätzt. Um dies zu demonstrieren berechne man einerseits mit dem zentralen Grenzwertsatz die Wahrscheinlichkeit, bei N “fairen” Münzwürfen von der erwarteten Anzahl “Kopf” zu werfen um mehr als 2% nach oben abzuweichen. Berechnen Sie dazu

- Für $N = 100$: $P(X \geq 51)$,
- Für $N = 1000$: $P(X \geq 510)$,
- Für $N = 10000$: $P(X \geq 5100)$,

und zum Vergleich die Wahrscheinlichkeit 4 Richtige beim Lotto (“6 aus 49”) zu erzielen.

Aufgabe 3

Bei der letzten Präsidentenwahl in den Vereinigten Staaten wurden viele Stimmzettel von Maschinen als ungültig gewertet, obwohl sie eindeutig markiert waren. Nach dem amtlichen Endergebnis wurde George W. Bush am 26.11.2000 mit 537 Stimmen Vorsprung zum Sieger erklärt. Angenommen, es hätte insgesamt 50.000 maschinell nicht gewertete Stimmzettel gegeben. Wie groß wäre die Wahrscheinlichkeit, dass Al Gore nach deren Handauszählung Präsident geworden wäre ? Dabei gehen wir davon aus, daß republikanische und demokratische Wähler die Stimmzettel gleich nachlässig markieren. Aufgrund der hohen Anzahl der Wähler können Sie also ein Binomialmodell mit $p = 1/2$ zugrunde legen.

Abgabe am 17.7.2003 in der Übungsstunde.