

9. Übung zu Mathematik für Biologen II

<http://www.mi.uni-koeln.de/~mkurth/statistik>

Aufgabe 1

Ein Pharmafirma behauptet einen neuen Wachmacher auf rein pflanzlicher Basis entwickelt zu haben. Um dies zu überprüfen, testen Sie bei Meerschweinchen die Reaktionszeiten X vor und nach der Gabe des Medikaments. Dabei ist bekannt, dass ein normales Meerschweinchen $10ms$ benötigt um auf den Reiz zu reagieren. Die Reaktionszeit wird nun als eine Normalverteilung mit $\mu = 10$ und $\sigma = 1.2$ angenommen (vgl. Aufgabe 2).

- (i) Bei $n = 50$ Meerschweinchen injizieren Sie das Medikament und stellen die Reaktionszeiten x_i fest. Welcher Verteilung genügen die Mittelwerte

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n x_i ?$$

- (ii) Sie glauben der Firma nicht und vermuten, dass das Medikament wirkungslos ist. Formulieren Sie die entsprechende Hypothese.
- (iii) In dem Experiment aus (i) stellen Sie eine durchschnittliche Reaktionszeit von $9.7ms$ fest. Müssen Sie auf einem 1%-Signifikanzniveau Ihre Hypothese aus (ii) zurücknehmen ?
- (iv) Unabhängige Wissenschaftler behaupten nun, dass in Wahrheit die Reaktionszeiten nach Verabreichung des Medikaments durch eine Normalverteilung mit $\mu = 9$ und $\sigma = 1.2$ gegeben ist. Berechnen Sie den β -Fehler.
- (v) Was ändert sich in (iii) bzw. (iv), wenn das Experiment bei $n = 200$ Meerschweinchen durchgeführt wurde und denselben Mittelwert lieferte ?

Aufgabe 2

In der Situation von Aufgabe 1 stellt sich zunächst das Problem, eine geeignete Verteilung bei unbehandelten Meerschweinchen zu erhalten. Man geht davon aus, dass X eine $N(\mu, \sigma)$ verteilte Zufallsvariable ist. Um die Standardabweichung von X vor der Gabe des Medikaments zu bestimmen, führen Sie Messungen an $n = 15$ Tieren durch und erhalten als Standardabweichung der Stichprobe

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=0}^n (x_i - \bar{x})^2 = 1.1.$$

Berechnen Sie ein Konfidenzintervall zum Niveau $1 - \alpha$ für die Varianz der Zufallsvariablen für $\alpha = 0.01, 0.05$. Die Werte der χ^2 -Verteilung können Sie dabei der Tabelle auf der Rückseite dieses Blattes entnehmen.

Bitte wenden !

Aufgabe 3

Mit Hilfe des χ^2 -Testes lässt sich untersuchen, ob die Allele A und a in einer gegebenen Population im Hardy-Weinberg-Gleichgewicht sind (vgl. Aufgabe 3 der 2. Übung). Wir nehmen an, dass A mit relativer Häufigkeit p auftritt und a mit relativer Häufigkeit $1 - p$ auf. Gehen wir davon aus, dass die Population, in der diese Allele vorkommen, aus diploiden Individuen besteht. Dann trägt jedes Individuum zwei Allelenpaare und zwar mit folgenden relativen Häufigkeiten

Typ	AA	Aa	aa
rel. Häufigkeit	p^2	$2p(1 - p)$	$(1 - p)^2$

Bei einer gewissen Population vermuten Sie nun $p = 0.7$. Eine Stichprobe liefert dann folgende Häufigkeiten

Typ	AA	Aa	aa
Häufigkeit	54	39	8

Würden Sie die Hypothese bei einem χ^2 -Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ bestätigen?

Wertetabelle von $\chi^2_{k,1-\alpha}$:

$k \setminus \alpha$	0.995	0.99	0.975	0.95	0.90	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	—	—	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
25	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928
30	13.787	14.953	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
40	20.707	22.164	24.433	26.509	29.051	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766
50	27.991	29.707	32.357	34.764	37.689	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490
60	35.534	37.485	40.482	43.188	46.459	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952
70	43.275	45.442	48.758	51.739	55.329	85.527	90.531	95.023	100.425	104.215
80	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	96.578	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.196	61.754	65.647	69.126	73.291	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.328	70.065	74.222	77.929	82.358	118.498	124.342	129.561	135.807	140.16

Abgabe am 24.7.2003 in der Übungsstunde. Diese Übung ist die letzte des Semesters, die Scheine werden in der letzten Vorlesung am 29.7. verteilt.