

Topologie und Einführung in die Kohomologie

Dieses Übungsblatt muss nicht abgegeben werden. Durch das Vorrechnen von Aufgaben in der Übungsstunde können Bonuspunkte für die Klausur erlangt werden.

Besprechung: In der Übung am 02.07.

1. Seien P_1, P_2, P_3 in \mathbb{R}^4 paarweise verschieden.
 - a) (*) Zeigen Sie, dass für jede andere Wahl von paarweise verschiedenen Punkten Q_1, Q_2, Q_3 die offenen Mengen $\mathbb{R}^4 \setminus \{P_1, P_2, P_3\}$ und $\mathbb{R}^4 \setminus \{Q_1, Q_2, Q_3\}$ diffeomorph sind.
 - b) Berechnen Sie die Bettizahlen von $U_1 = \mathbb{R}^4 \setminus \{P_1, P_2, P_3\}$.
 - c) Berechnen Sie die Bettizahlen von $U_2 = \mathbb{R}^4 \setminus \{P_1 \cup X\}$, wobei X ein Strahl in \mathbb{R}^4 ist (Das Ergebnis hängt davon ab, ob der Strahl P_1 enthält oder nicht).
 - d) Zeigen Sie, dass U_1 und U_2 nicht diffeomorph sind.
2. Berechnen Sie die Bettizahlen von $\mathbb{C}P^2$. Folgern Sie, dass $\mathbb{C}P^2$ nicht diffeomorph zu S^4 ist.
3.
 - a) Berechnen Sie die Bettizahlen von T^2 . Benutzen Sie dabei ohne Beweis, dass $b_2(T^2) = 1$.
 - b) Zeigen Sie, dass es keine glatten Abbildungen $f : T^2 \rightarrow S^2$ und $g : S^2 \rightarrow T^2$, geben kann für die $g \circ f : T^2 \rightarrow T^2$ die identische Abbildung ist.