

Nachklausur 14.10.2015

1. Seien in einem Markt n Agenten mit Anfangskapital $w_i > 0$ und Risiken $X_i \geq 0$. Die Agenten haben quadratische Nutzenfunktionen $u_i(z) = z - z^2/(2c_i)$ für ein $c_i \geq w_i$. Bestimmen Sie alle Pareto-optimalen Risikoteilungen. Um welche Art der Risikoteilung handelt es sich?

2. Eine Versicherung versichert Firmen gegen Berufsunfälle. Für eine Firma ist aus den letzten Jahren bekannt, wieviele Vollzeitstellenäquivalente P_j versichert waren und welche Schadenzahlungen Y_j (in Tausend Euro) für das entsprechende Jahr geleistet wurden:

Jahr	2011	2012	2013	2014
P_j	9.5	11.0	11.0	13.5
Y_j	0	45	9	0

Aus ähnlichen Verträgen hat der Versicherer die benötigten Parameter geschätzt. Daher liegt das folgende Modell zugrunde: $\mathbb{E}[Y_j] = P_j$, $\text{Var}[Y_j] = 5P_j + P_j^2$ und $\text{Var}[\mathbb{E}[Y_j | \Theta]] = P_j^2$. Für 2016 sind 13.0 Vollzeitstellenäquivalente geplant. Eine Aktuarin soll nun, ohne Schadenzahlen für 2015 zu kennen, eine Offerte für die Prämie 2016 erstellen. Welche Nettoprämie schlägt sie vor, wenn sie ein geeignetes Kreditabilitätsmodell verwendet?

3. In einem Cramér–Lundberg Modell sei $c = 19/9$, $\lambda = 1$ und die Schäden seien Loggamma $\text{LG}(2,4)$ verteilt. Das heisst, $\log Y_i$ hat eine $\Gamma(2,4)$ -Verteilung, also $\mathbb{P}[\log Y_i \leq x] = 1 - (4x + 1)e^{-4x}$.
 - a) Bestimmen Sie die Flanke $\mathbb{P}[Y_i > y]$ der Schadenverteilung.
 - b) Zeigen Sie, dass die Schadenverteilung subexponentiell ist, und bestimmen Sie die Asymptotik der Ruinwahrscheinlichkeit.
Hinweis: Verwenden Sie zur Vereinfachung des Integrals die Substitution $x = e^y$.
 - c) Es soll approximativ das Anfangskapital bestimmt werden, so dass die Ruinwahrscheinlichkeit 1% beträgt. Bestimmen Sie das gesuchte Anfangskapital mittels einer deVylder Approximation.
Hinweis: Die Momente können über die momentenerzeugende Funktion der Gamma-Verteilung erhalten werden.