Klausur 20.7.2021

1. Sei S zusammengesetzt Poisson verteilt mit Poisson-Parameter $\lambda = \frac{1}{4}\mathrm{e}^{0.3}$ und Lognormal verteilten Schäden mit Parametern $m = 0.15$ und $s^2 = 0.1$. Gesucht ist das Solvenzkapital κ mit $\mathbb{P}[S > \kappa] = 0.005$. Bestimmen Sie das Solvenzkapital mit Hilfe der

a) (3 Punkte) Normalapproximation (Normalquantil 2.58)

b) (4 Punkte) Normal Power Approximation

c) (5 Punkte) verschobenen Gamma Approximation
Hinweis: Wie sieht die Dichte der Gamma-Verteilung aus?

Hinweis: Die Momente der Lognormalverteilung folgen aus den Charakteristiken der Normalverteilung.

2. Eine Versicherung hat eine exponentielle Nutzenfunktion $u(y) = -\mathrm{e}^{-1.2y}$. Der jährliche Schaden X ist Gamma-verteilt mit Parametern $\gamma = 2$ und $\alpha = 1.5$. Man will nun eine proportionale Rückversicherung $s(X) = \beta X$ abschliessen, wobei die Prämie $\pi(\beta) = 1.1\mathbb{E}[(1-\beta)X]$ beträgt. Welchen Anteil β wird die Versicherung wählen, wenn sie ihren erwarteten Nutzen maximieren will? Wie gross muss die Prämie P, die der Versicherer den Kunden in Rechnung stellt, mindestens sein, damit die Versicherung im Mittel Gewinn macht?

3. Sei $\{C_t\}$ ein Cramér–Lundberg Modell. Wir suchen die Laplace-Transformierte $\phi(u) = \mathbb{E}[\mathrm{e}^{\rho C_\tau}; \tau < \infty]$ des Kapitals zum Ruinzeitpunkt, wobei $\rho \geq 0$. Wir nehmen der Einfachheit halber an, dass G stetig ist. Zeigen Sie, dass ϕ differenzierbar ist und die Gleichung

$$c\phi'(u) = \lambda\phi(u) - \lambda \int_0^u \phi(u-y)\,\mathrm{d}G(y) - \lambda\mathrm{e}^{\rho u} \int_u^\infty \mathrm{e}^{-\rho y}\,\mathrm{d}G(y)$$

erfüllt.