

Nachklausur 15.9.2021

1. Ein Versicherer hat Anfangskapital $w_1 > 1$ und ein Risiko X mit $\mathbb{P}[X \in (0, 1)] = 1$. Der Versicherer ist durch die Nutzenfunktion $u_1(x) = \log x$ charakterisiert. Ein Rückversicherer hat Anfangskapital $w_2 > 1$ und trägt ursprünglich kein Risiko. Der Rückversicherer ist durch die Nutzenfunktion $u_2(x) = 2\sqrt{x}$ charakterisiert. Finden Sie alle Pareto-optimalen Rückversicherungsformen.
2. Eine Versicherung hat drei Arten von Kunden. Die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit p eines Kunden in einem Jahr und die relative Häufigkeit der Art der Kunden im Bestand sind in der folgenden Tabelle gegeben.

Typ	A	B	C
p	0.2	0.3	0.5
Häufigkeit	50%	40%	10%

Dabei wird angenommen, dass nicht mehr als ein Schaden pro Jahr und Kunde eintreten kann. Das Eintreten der Schäden der Kunden und der verschiedenen Jahre sind unabhängig. Wir wollen die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit für einen Kunden vorhersagen. Als Verlustfunktion wird wie üblich die quadratische Abweichung verwendet. Ein bestimmter Kunde hat in 4 Jahren genau einen Schaden.

- a) (6 Punkte) Wie lautet die beste Vorhersage für die Schadeneintrittswahrscheinlichkeit im nächsten Jahr für diesen Kunden?
 - b) (6 Punkte) Wie lautet die Vorhersage für diesen Kunden im Bühlmann-Modell?
3. In einem Cramér–Lundberg Modell seien $\lambda = 1$, $c = 3$ und die Schäden seien Gammaverteilt mit $\gamma = 2$ und $\alpha = 1$, also $G(y) = 1 - (1 + y)e^{-y}$. Berechnen Sie die Ruinwahrscheinlichkeit $\psi(u)$.