

Nachklausur 25.3.2025

1. Sei N Poisson verteilt mit Parameter λ und $\mathbb{P}[Y_i = k] = f_k$, wobei $f_0 = 0$ und $f_1 + f_2 = 1$, $f_1, f_2 > 0$ und die $\{Y_i\}$ iid sind. Wir setzen $g_r = \mathbb{P}[S = r]$ mit $S = \sum_{k=1}^N Y_k$. Sei $\phi(x) = \sum_{r=0}^{\infty} g_r x^r$ die Erzeugendenfunktion von S .

- a) (1 Punkt) Wie lautet die Panjer Rekursion zur Berechnung von g_r ?

Multiplizieren Sie die Gleichung mit rx^{r-1} .

- b) (6 Punkte) Zeigen Sie, dass $\phi(x)$ die Differentialgleichung

$$\phi'(x) = \lambda f_1 \phi(x) + 2\lambda f_2 x \phi(x)$$

erfüllt.

- c) (4 Punkte) Zeigen Sie, dass

$$\phi(x) = e^{\lambda(f_1 x + f_2 x^2 - 1)}.$$

Die Potenzreihen-Entwicklung von $\phi(x)$ gibt die Koeffizienten g_r .

- d) (1 Punkt) Begründen Sie, wieso für höhere r die Panjer Rekursion effizienter ist, um g_r zu berechnen.

2. In einem Bühlmann Modell sind für drei Risiken für drei Jahre folgende Daten gegeben:

		Risiko		
		1	2	3
Jahr	1	3	0	2
	2	2	2	2
	3	1	1	5

- a) (8 Punkte) Berechnen Sie die Schätzer für μ , σ^2 und v^2 .
- b) (4 Punkte) Berechnen Sie für die drei Risiken die Kreditabilitätsprämie für das 4. Jahr.

- 3.** In einem Cramér–Lundberg Modell seien $\lambda = 1$, $c = 2$ und die Schäden seien mit $G(y) = 1 - (1 + \frac{1}{2}y)e^{-y}$ verteilt.
- a) (1 Punkt) Überprüfen Sie die Netto-Profit-Bedingung.
 - b) (5 Punkte) Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte $\hat{\delta}(s)$.
 - c) (2 Punkte) Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte $\hat{\psi}(s)$.
 - d) (4 Punkte) Berechnen Sie die Ruinwahrscheinlichkeit $\psi(u)$.