# Klausur 15.7.2025

**1.** In einem Markt sind die Renditen durch die Mittelwerte und die Kovarianzmatrix

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.2 \\ 2 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.25 & 0.5 \\ 0.25 & 1 & 0 \\ 0.5 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

gegeben. Berechnen Sie alle effizienten Portfolien.
**Hinweis:**

$$\boldsymbol{\Sigma}^{-1} = \begin{pmatrix} 3.2 & -0.8 & -0.8 \\ -0.8 & 1.2 & 0.2 \\ -0.8 & 0.2 & 0.7 \end{pmatrix}.$$

**2.** Seien $0 < d < r < u$ Zahlen, $p, q \in (0,1)$, so dass $p + q < 1$. Die Variablen $\{Z_k\}$ seien unabhängig und identisch verteilt mit $\mathbb{P}[Z_k = u] = p$, $\mathbb{P}[Z_k = d] = q$ und $\mathbb{P}[Z_k = r] = 1 - p - q$. In einem Markt in diskreter Zeit gibt es einen risikolosen Aktiv $S_n^0 = r^n$ und einen riskanten Aktiv $S_n = S_{n-1} Z_n$ für $n \geq 1$. Bestimmen Sie alle äquivalenten Martingalmasse und beantworten Sie insbesondere die Frage, ob der Mark arbitragefrei und, falls ja, auch vollständig ist.

**3.** Jemand bietet eine Option an, die zum Zeitpunkt $T$, einen riskanten Aktiv $S_T$ zum Preis $S_\tau$ kaufen kann (aber nicht muss). Dabei ist $0 < \tau < T$ ein fester Zeitpunkt. Berechnen Sie den Preis der Option zur Zeit 0 und bestimmen Sie die Hedging Strategie im Black–Scholes Modell.
**Hinweis:** Bestimmen Sie zuerst den Preis der Option im Zeitpunkt $\tau$ mit Hilfe der Black–Scholes-Formel. Zum Hedgning, überlegen Sie, wie Sie den Wert $S_\tau$ hedgen können.