

## Topologie

**Abgabe:** Mittwoch, 1.7.2015 bis 14:00 Uhr im Übungskasten dieser Vorlesung.

41. Klassifizieren Sie folgende Buchstaben zunächst bis auf Homöomorphie und dann bis auf Homotopieäquivalenz.

A B C D E F

*Hinweis:* Sie dürfen verwenden, dass die Fundamentalgruppe von  $S^1 \vee S^1$  nicht kommutativ ist.

42. Auf Seite 58 in Hatcher finden Sie verschiedene Beispiele für Überlagerungen von  $S^1 \vee S^1$ . Bestimmen Sie für Beispiel (7) und Beispiel (8) jeweils die Decktransformationsgruppe.
43. Es sei  $p : \tilde{X} \rightarrow X$  eine surjektive Überlagerung mit endlich vielen Blättern. Zeigen Sie, dass  $X$  genau dann kompakt und Hausdorff ist, wenn  $\tilde{X}$  kompakt und Hausdorff ist.
44. Betrachten Sie die Abbildung

$$\varphi : \mathbb{R} \times [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R} \times [-1, 1]; (x, y) \rightarrow (x + 1, -y).$$

Zeigen Sie:

- Die durch  $k \cdot (x, y) := \varphi^k(x, y)$  definierte Wirkung  $\mathbb{Z} \curvearrowright \mathbb{R} \times [-1, 1]$  ist frei und eigentlich diskontinuierlich.
- Bestimmen Sie den Quotienten  $\mathbb{R} \times [-1, 1]/\mathbb{Z}$ .
- Finden Sie alle zusammenhängenden Überlagerungen von  $\mathbb{R} \times [-1, 1]/\mathbb{Z}$ .
- (\*) Klassifizieren Sie die Räume in Teilaufgabe c) bis auf Homöomorphie.