Prof. Dr. A. Lytchak

WS 2014/15
Blatt 9
4.12.2014

Elementare Geometrie

Abgabe: Donnerstag, 11.12.2014 bis 12:00 Uhr im Übungskasten dieser Vorlesung.

37. Es sei $\square ABCD$ ein Viereck in der absoluten Ebene E. Zeigen Sie: Für die Innenwinkelsumme gilt die Ungleichung

$$\measuredangle ABC + \measuredangle BCD + \measuredangle CDA + \measuredangle DAB \leq 2\pi.$$

Gilt für ein Viereck die Gleichheit, so ist E die Euklidische Ebene.

38. Es seien $[AX)$ und $[BY)$ zwei disjunkte zueinander asymptotische Strahlen in der absoluten Ebene E. Zeigen Sie: Es gilt $\measuredangle XAB + \measuredangle ABY \leq \pi$ und Gleichheit gilt genau dann, wenn E die Euklidische Ebene ist.

39. Für $i = 1, 2$ sei l_i eine abstandserhaltende Parametrisierung einer Gerade in der absoluten Ebene E. Durch $f(t) := d_{l_1}(l_2(t))$ wird eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert. Zeigen Sie:

    a) Ist die Funktion f beschränkt, so ist sie sogar konstant.

    b) Parametrisieren l_1 und l_2 unterschiedliche Geraden und ist f beschränkt, so ist E die Euklidische Ebene.

40. Es seien l_1, l_2 und m Geraden in der absoluten Ebene E. Für $i = 1, 2$ schneide l_i die Gerade m senkrecht in dem Punkt P_i. Zeigen Sie, dass für beliebige Punkte $A_i \in l_i$ gilt:

$$P_1P_2 \leq A_1A_2.$$

Hinweis: Betrachten Sie die Spiegelung an m.