Prof. Dr. A. Lytchak

WS 2014/15
Blatt 12
15.1.2015

Elementare Geometrie

Abgabe: Donnerstag, 22.1.2015 bis 12:00 Uhr im Übungskasten dieser Vorlesung.

49. Es sei $\triangle ABC$ ein hyperbolisches Dreieck mit Winkeln $\alpha = \measuredangle BAC, \beta = \measuredangle CBA, \gamma = \measuredangle ACB$ und hyperbolischen Seitenlängen $AB_h = c, BC_h = a$ und $CA_h = b$. Zeigen Sie:
$$\frac{\sinh(a)}{\sin(\alpha)} = \frac{\sinh(b)}{\sin(\beta)} = \frac{\sinh(c)}{\sin(\gamma)}.$$

50. Es sei E die Euklidische Ebene. Für einen Punkt $P \in E$, eine Gerade $l \subset E$ und eine Zahl $\alpha \in (-\pi, \pi]$ bezeichne $D_{P,\alpha}$ die Drehung mit Fixpunkt P und Drehwinkel α und S_l die Spiegelung an der Geraden l. Berechnen Sie für gegebene $P \in E$, $\alpha \in (-\pi, \pi]$ und $l \subset E$ das Produkt $D_{P,\alpha} \circ S_l$.

51. Bestimmen Sie für Punkte $P_1, P_2 \in E$ und Winkel $\alpha_1, \alpha_2 \in (-\pi, \pi]$ das Produkt $D_{P_1,\alpha_1} \circ D_{P_2,\alpha_2}$.
Hinweis: Stellen Sie D_{P_1,α_1} und D_{P_2,α_2} als Produkt geeigneter Spiegelungen dar.

52. Es sei l ein Gerade in der Euklidischen Ebene und $c : \mathbb{R} \to E$ eine abstandserhaltende Parametrisierung von l. Es bezeichne g eine Bewegung von E und $m : \mathbb{R} \to E$ die Abbildung welche t auf den Mittelpunkt von $c(t)$ und $g(c(t))$ schickt. Zeigen Sie: Das Bild von m ist entweder eine Gerade oder ein Punkt.