

Übungen zu Newton-Okounkov Theorie

Aufgabe 1. Wir betrachten das symmetrische Polynom $f(x, y, z) = x^4 + y^4 + z^4 \in \mathbb{C}[x, y, z]$. Bestimmen Sie das eindeutige Polynom $g \in \mathbb{C}[x, y, z]$, so dass $f = g(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$.

Aufgabe 2. Leiten Sie die bekannte Formel für die Diskriminante des quadratischen Polynoms $P(T) = aT^2 + bT + c \in \mathbb{C}[T]$ erneut her. Fassen Sie dazu $\Delta(P(T)) = a^2(x - y)^2 \in \mathbb{C}[x, y]$ als symmetrisches Polynom in den Nullstellen auf und bestimmen Sie das Polynom $g \in \mathbb{C}[x, y]$ für das $\Delta(P(T)) = g(\sigma_1, \sigma_2)$ gilt. Verwenden Sie anschließend, dass $\sigma_1(x, y) = -ba^{-1}$ und $\sigma_2(x, y) = ca^{-1}$.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie eine explizite Formel für die Resultante von zwei quadratischen Polynomen $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ und $g(x) = b_2x^2 + b_1x + b_0$.

Aufgabe 4. Bestimmen Sie die Resultante der beiden Polynome $x^n - 1$ und $x^n + 1$. Haben die beiden Polynome einen gemeinsamen (nichtkonstanten) Teiler?

Abgabe am 23. April in der Vorlesung.