Prof. Dr. Peter Littelmann
Christian Steinert

Sommersemester 2018
Blatt 2

Übungen zu Newton-Okounkov Theorie

Aufgabe 1. Alternativ zur Konstruktion in der Vorlesung wird die Resultante zweier Polynome $f(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$ und $g(x) = \sum_{i=0}^{m} b_i x^i$ auch häufig über die Determinante der Matrix

$$\tilde{S}(f,g) := \begin{pmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_n & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & \dots & a_{n-1} & a_n & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & a_n \\ b_0 & b_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & b_0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & b_n \end{pmatrix}$$

definiert. Zeigen Sie, dass $Res(f,g) = \pm \det \tilde{S}(f,g)$, wobei $Res(f,g)$ die Resultante aus der Vorlesung bezeichnet.

Aufgabe 2. Bestimmen Sie eine explizite Formel für die Diskriminante eines allgemeinen kubischen Polynoms $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie die Diskriminante von $x^n + 1$.

Aufgabe 4. Sei $P(x,y) \in \mathbb{C}[x,y]$ ein nichtkonstantes Polynom und $P(x,y) = P_1(x,y) \cdots P_n(x,y)$ eine Zerlegung in nichtkonstante, irreduzible Faktoren. Zeigen Sie, dass die Kurve C_P singulär ist in allen Schnittpunkten von mindestens zwei der irreduziblen Komponenten, das heißt für alle $i \neq j$ gilt $C_{P_i} \cap C_{P_j} \subseteq \operatorname{Sing} C_P$.

Abgabe am 30. April in der Vorlesung.