Prof. Dr. Peter Littelmann Sommersemester 2018
Christian Steinert Kurzfragen

Übungen zu Newton-Okounkov Theorie

Aufgabe 1. Bei den folgenden Teilaufgaben ist jeweils **genau eine** Antwort richtig; diese ist anzukreuzen. Beweise oder Begründungen sind nicht erforderlich.

(i) Welche der folgenden Mengen ist **keine** projektive Varietät?

- ☐ $\emptyset$
- ☐ $\{[x,y] \in \mathbb{P}^1 \mid xy = 0\}$
- ☐ $\mathbb{P}^1$
- ☐ $\{[0,1]\} \subseteq \mathbb{P}^1$

(ii) Welcher der folgenden Ringe ist der Koordinatenring von GL_n?

- ☐ $\mathbb{C}[x_{i,j} \mid 1 \leq i,j \leq n]$
- ☐ $\mathbb{C}(x_{i,j} \mid 1 \leq i,j \leq n)$
- ☐ $\mathbb{C}[\det^{-1}, x_{i,j} \mid 1 \leq i,j \leq n]$
- ☐ $\mathbb{C}[x_{i,j} \mid 1 \leq i,j \leq n]/(\det -1)$

(iii) Aus wievielen Elementen besteht die Menge $\{[a,0,a] \in \mathbb{P}^2 \mid a \in \mathbb{C}^\times\}$?

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ ∞

(iv) Welche der folgenden Aussagen über die Mengen $U_i = \{[s_0,s_1,s_2] \in \mathbb{P}^2 \mid s_i \neq 0\}$ für $i \in \{1,2,3\}$ ist wahr?

- ☐ $\mathbb{P}^2 = U_0 \cap U_1 \cap U_2$.
- ☐ $P^2 \setminus U_0$ ist abgeschlossen in der Zariski-Topologie in $\mathbb{P}_2$.
- ☐ $U_0 \cap U_2 = \{[0,1,0]\}$.

(v) Was ist die Diskriminante von $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$?

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 3

(vi) Welches der folgenden Polynome $P(x,y,z) \in \mathbb{C}[x,y,z]$ ist symmetrisch?

- ☐ $P(x,y,z) = x^2 + y^2$
- ☐ $P(x,y,z) = xy^2 + xz^2 + yz^2$

☐ $P(x, y, z) = xy + xz + yz$

(vii) Welche der folgenden Aussagen über eine affine Kurve $C_P \in \mathbb{C}^2$ ist falsch?

☐ Ist $C_P = C_{P_1} \cup C_{P_2}$, so gilt $\mathrm{Sing}(C_P) = C_{P_1} \cap C_{P_2}$.

☐ C_P ist eine affine algebraische Menge.

☐ Ist C_P vom Grad 1, dann ist C_P eine affine Varietät.

(viii) Wieviele Schnittpunkte (gezählt mit Multiplizität) haben eine Gerade und ein Kegelschnitt in $\mathbb{P}^2$?

☐ Keinen.

☐ Zwischen 0 und 2.

☐ Genau einen.