

Seminar über Jacobiformen und Siegelsche Modulformen (Sommersemester 2019)

Prof. Dr. Sander Zwegers, Christina Röhrig

Es gibt die folgenden 10 Vortragsthemen, jeder Vortrag soll ca. 60 Minuten dauern. Die Literaturangabe dient als Orientierung und Hilfestellung, wobei nicht alle Themen der angegebenen Kapitel/Abschnitte behandelt werden müssen, sondern eine sinnvolle Auswahl bezüglich der präsentierten Inhalte getroffen werden sollte. Wichtige Bestandteile, die für den weiteren Verlauf des Seminars unerlässlich sind, werden daher in den Themenbeschreibungen aufgeführt.

Literatur:

- M. Eichler, D. Zagier: *The Theory of Jacobi Forms*
- E. Freitag: *Siegelsche Modulfunktionen*
- G. v. d. Geer: *Siegel Modular Forms* (Unter dem Titel *Siegel Modular Forms and Their applications* in *The 1-2-3 of Modular Forms*)
- D. Zagier: *Elliptic Modular Forms and Their Applications* (Unter demselben Titel in *The 1-2-3 of Modular Forms*)

Vortrag 1. (08.04.) Einführung in die Theorie der Modulformen und Jacobiformen

Literatur: Zagier: Abschnitte 1.1 und 2.1; Eichler, Zagier: Introduction und Kapitel I §1 (bis Definition auf Seite 9)

- Definitionen, Eisensteinreihen als Beispiel, Vektorraum der Modulformen ist endlichdimensional (ohne Beweis)
- Definitionen: Jacobigruppe, Jacobiformen, Spitzenformen
- evtl.: Für Index $m = 0$ ist eine Jacobiform eine Modulform im klassischen Sinne

Vortrag 2. (15.04.) Der Vektorraum $J_{k,m}$

Literatur: Eichler, Zagier: Kapitel I §1 (Seiten 10-16 ohne Theoreme 1.4 und 1.5)

- Nullstellen (Theorem 1.2)
- Bezug zu Modulformen (Theorem 1.3 – Beweisskizze genügt)
- Der Vektorraum $J_{k,m}$ ist endlichdimensional (Theorem 1.1)

Vortrag 3. (29.04.) Jacobi-Eisenstein-Reihen

Literatur: Eichler, Zagier: Kapitel I §2 (bis Seite 23 ohne Theorem 2.2)

- Definition der Eisenstein-Reihen $E_{k,m}$, Transformationseigenschaften
- $E_{k,m} = 0$ für ungerade k
- Fourier-Entwicklung

Vortrag 4. (06.05.) Jacobische Spitzenformen

Literatur: Eichler, Zagier: Kapitel I §2 (ab Theorem 2.2 auf Seite 23)

- Fourierkoeffizienten hängen nur von $4nm - r^2$ und $r \pmod{2m}$ ab (Theorem 2.2)
- Dimension von $J_{k,m}/J_{k,m}^{\text{cusp}}$ (Theorem 2.3)
- $J_{k,m}$ wird erzeugt von Spitzenformen und Eisensteinreihen $E_{k,m,s}$ (Theorem 2.4)

Vortrag 5. (13.05.) Die Theta-Zerlegung

Literatur: Eichler, Zagier: Kapitel II §5 (bis Seite 60)

- Vektorwertige Modulformen
- Theta-Zerlegung (Theoreme 5.1 und 5.2)

Vortrag 6. (20.05.) Das Petersson-Skalarprodukt (Optional)

Literatur: Eichler, Zagier: Kapitel I §2 (Seiten 27, 28), Kapitel II §5 (Seiten 61, 62)

- Definition, Wohldefiniertheit (Theorem 2.5)
- Petersson Skalarprodukt zweier Jacobiformen bezüglich der Theta-Zerlegung (Theorem 5.3)

Vortrag 7. (27.05.) Siegelsche Modulformen – Einführung

Literatur: v. d. Geer: Abschnitte 2 und 3

- Symplektische Gruppe, Modulgruppe, Siegelsche Halbebene
- Siegelsche Modulformen bezüglich einer Darstellung ρ und klassische Siegelsche Modulformen

Vortrag 8. (03.06.) Fourier-Entwicklung und das Koecher-Prinzip

Literatur: v. d. Geer: Abschnitt 4

- Fourier-Entwicklung
- Koecher-Prinzip (Theorem 2)
- Klassische Siegelsche Modulformen verschwinden für manche Gewichte k und Grade g

Vortrag 9. (17.06.) Beispiele Siegelscher Modulformen

Literatur: v. d. Geer: Abschnitte 5 und 7; Freitag: Kapitel III §3 (bis Seite 162 ohne Satz 3.7 und Folgerung 3.7₁)

- Siegel Operator, Definition von Spitzenformen
- Eisensteinreihen
- Thetareihen (harmonische Polynome, Transformationsverhalten, Satz 3.6)

Vortrag 10. (24.06.) Fourier-Jacobi-Entwicklung Siegelscher Modulformen

Literatur: Eichler, Zagier: Kapitel I §4 (Seiten 41-44), Kapitel II §6 (Seiten 72-75); v. d. Geer: Abschnitt 8

- Für $g = 2$ entsprechen die Koeffizienten Jacobiformen (Theorem 6.1)
- Definition von Hecke-Operatoren V_ℓ (Theoreme 4.1 und 4.2 i) ohne Beweise)
- Die Funktionen $\Phi|_{V_m}$ sind Fourier-Jacobi-Koeffizienten Siegelscher Modulformen vom Gewicht k und Grad 2 (Theorem 6.2)