

Übungen zu Schleifengruppen

Aufgabe 1. Bestimmen Sie den Koordinatenring $\mathbb{C}[V]$ der affinen Varietät $V \subseteq M_2(\mathbb{C})$ gegeben durch $V := \{A \in M_2(\mathbb{C}) \mid A^2 = 0\}$ als Quotienten von $\subseteq \mathbb{C}[x_{1,1}, x_{1,2}, x_{2,1}, x_{2,2}]$.

Aufgabe 2. Sei $n \in \mathbb{N}$ und $\xi \neq 1$ eine n -te Einheitswurzel. Zeigen Sie, dass

$$\sum_{j=1}^n \xi^{j(l-1-k)} = \begin{cases} n & \text{falls } l = k + 1, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

für beliebige $k \in \{0, \dots, n-1\}$ und $l \in \{1, \dots, n\}$ gilt.

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass sich in jeder Zusammenhangskomponente von $L^\infty U_n$ eine Schleife aus $L^{alg} U_n$ befindet.

Abgabe am 15. Januar in der Vorlesung.