

Übungen zu Schleifengruppen

Aufgabe 1. Seien X und Y affine Varietäten. Zeigen Sie

$$\mathbb{C}[X \times Y] \cong \mathbb{C}[X] \otimes \mathbb{C}[Y]$$

Aufgabe 2. Sei $G = \mathrm{SL}_n(\mathbb{C})$ und bezeichne mit $\{pt\}$ eine einelementige Varietät. Seien weiter folgende Abbildungen definiert:

$$\begin{aligned}\mu : G \times G &\rightarrow G; (g, h) \mapsto g \cdot h \\ i : G &\rightarrow G; g \mapsto g^{-1} \\ e : \{pt\} &\rightarrow G; pt \mapsto \mathbb{1}\end{aligned}$$

Berechnen Sie μ^*, i^*, e^* .

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass Morphismen zwischen affinen Varietäten stetig in der Zariski-Topologie sind.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass jede affine Varietät (quasi-)kompakt ist in der Zariski-Topologie.

Abgabe am 27. November in der Vorlesung.