

## 9. Übung zur Mathematischen Statistik

(Abgabe: Dienstag, den 29.06.2004)

**Aufgabe 41** (*Schätzen der Fehlervarianz bei linearer Regression*)

Sei  $(X, Y)$  ein zweidimensionaler Zufallsvektor mit  $E(Y|X) = \vartheta X$  für ein (unbekanntes)  $\vartheta \in \mathbb{R}$ . Seien  $(X_i, Y_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , unabhängige Beobachtungen aus diesem Modell. Bestimmen Sie einen Schätzer für die Varianz von  $\varepsilon = Y - \vartheta X$ . Geben Sie Bedingungen an, unter denen er asymptotisch normal ist, und bestimmen Sie seine asymptotische Varianz.

**Aufgabe 42** (*Multivariate Dichteschätzer*)

Bestimmen Sie einen Schätzer für die Dichte eines Wahrscheinlichkeitsmaßes auf  $\mathbb{R}^2$ . Geben Sie Bedingungen für seine Konsistenz.

(Zusatzfrage: Wie verhält sich die optimale Konvergenzrate im Vergleich zu Dichteschätzern auf  $\mathbb{R}$ ?)

**Aufgabe 43** (*Kernschätzer bei un stetigen Dichten*)

Sei  $f$  eine Dichte auf  $\mathbb{R}$  mit Sprung in  $x$ . Wie verhält sich ein Kernschätzer in  $x$ ?

**Aufgabe 44** (*Schätzen der Sprunghöhe einer Dichte*)

Sei  $f$  eine Dichte auf  $\mathbb{R}$ , die in 0 einen Sprung hat (und Sie wissen das). Wie können Sie die Sprunghöhe schätzen?

**Aufgabe 45** (*Schätzen der Ableitung einer Dichte*)

Bestimmen Sie einen Schätzer für die Ableitung einer Dichte auf  $\mathbb{R}$ . Geben Sie Bedingungen für seine Konsistenz und Konvergenzraten.

(Hinweis: Verwenden Sie nicht polynomiale Glätter.)