

Übungen zur Einführung in die Stochastik  
Serie 4  
Abgabe: Ab 015.11.04 in den jeweiligen Übungen

**19.** Um ein Turnier zu gewinnen, müssen von 3 Spielen 2 hintereinander gewonnen werden. Gegner  $B$  sei stärker als Gegner  $A$ . Möchten Sie lieber in der Reihenfolge  $ABA$  oder  $BAB$  spielen ?

**20.** Zwei etwa gleich starke Spieler verabreden, daß derjenige den Einsatz gewinnt, der zuerst 6 Spiele gewonnen hat. Beim Stand von  $5 : 3$  wird abgebrochen. Wie soll dann der Einsatz aufgeteilt werden?

**21.** Eine Firma hat  $n$  Niederlassungen, die Geräte des gleichen Typs herstellen, die mit den Wahrscheinlichkeiten  $q_1, \dots, q_n$  defekt sind. Sie kaufen eins. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist es defekt? Wenn es defekt ist, mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt es von Niederlassung  $j$  ?

**22.** (*Binäre Suche*) Gegeben sei ein geordnetes Feld mit  $2^n - 1$  Plätzen  $1, \dots, 2^n - 1$ , sagen wir eine alphabetisch geordnete Namensliste. Ein vorgegebener Name — der mit Wahrscheinlichkeit  $2^{-n}$  nicht auf der Liste vorkommen soll — wird in diesem Feld *binär* gesucht: Zunächst vergleichen wir ihn mit (dem mittleren) Platz  $2^{n-1}$ . Steht er dort, sind wir fertig. Ist er (alphabetisch) kleiner, vergleichen wir ihn mit Platz  $2^{n-2}$  (dem mittleren Platz der unteren Hälfte); ist er größer, mit Platz  $3 \cdot 2^{n-2}$ , und so fort. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, daß wir

- a) den Namen in genau  $k$  Schritten finden,
- b) den Namen in höchstens  $k$  Schritten finden,
- c) die maximale Anzahl  $n$  von Schritten benötigen.

*Hinweis:* Wir haben nur zur Vereinfachung angenommen, daß die Wahrscheinlichkeit, nicht auf der Liste vorzukommen,  $2^{-n}$  ist.

23. Hinter einer von drei Türen verbirgt sich ein Auto. Erraten Sie die Tür, gehört es Ihnen. Sie wählen eine der drei Türen. Darauf wird eine leere der beiden anderen Türen geöffnet, und Sie dürfen Ihre Entscheidung revidieren. Sie können nun (1) bei Ihrer Entscheidung bleiben, (2) die andere geschlossene Tür wählen, (3) die Wahl zwischen den beiden geschlossenen Türen von einem Münzwurf abhängig machen. Welche Strategie ist die beste?

24. (*Hashing*) Beim zufälligen Ablegen von  $k$  Daten in einem Feld der Länge  $n$  können Mehrfachbelegungen (Kollisionen) vorkommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit?

### Mathematische Karikatur

