

Übungen zur Einführung in die Stochastik
Serie 5
Abgabe: Ab 22.11.04 in den jeweiligen Übungen

25.a) Charakterisieren Sie die Ereignisse, die von sich selbst unabhängig sind.

b) Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß zwei disjunkte Ereignisse unabhängig sind.

26. (*Sortieren durch Einfügen*) Ein Feld der Länge n enthalte die Elemente $1, \dots, n$ in beliebiger Reihenfolge. Sie sollen der Größe nach sortiert werden. Dazu wird im ersten Schritt das zweite Element mit dem ersten verglichen; wenn nötig, werden beide vertauscht. Allgemein wird im $(k - 1)$ -ten Schritt das k -te Element mit den vorhergehenden $k - 1$ Elementen verglichen und dort durch sukzessive Vergleiche mit den vorhergehenden richtig einsortiert. Berechnen Sie für $n = 3$ die erwartete Anzahl der *Umsortierungen*, also der Schritte, bei denen das Element tatsächlich verschoben werden muß.

27. Die Wahrscheinlichkeit, daß Sie das richtige von n Zeichen auf einer Tastatur treffen, sei p . Alle falschen Zeichen treffen Sie mit der gleichen Wahrscheinlichkeit. Wenn Sie einen Buchstaben geschrieben haben, wie wahrscheinlich ist es, daß Sie ihn auch schreiben wollten?

28. Ein dreimotoriges Flugzeug stürzt ab, wenn der mittlere oder beide Seitenmotoren ausfallen. Ein viermotoriges Flugzeug stürzt ab, wenn auf einer Seite beide Motoren ausfallen. In welchem Flugzeug sitzen Sie lieber, wenn auf einem bestimmten Flug die Motoren mit einer gegebenen Wahrscheinlichkeit und unabhängig voneinander ausfallen?

29. Eine Urne enthält n verschiedenfarbige Kugeln; eine davon ist weiß. Eine Kugel wird gezogen, und zwei unabhängige Beobachter teilen uns ihre Farbe mit. Leider nennt jeder von Ihnen in neun von zehn Fällen eine falsche Farbe. Wenn beide behaupten, daß die gezogene Kugel weiß ist, wie wahrscheinlich ist es, daß sie die Wahrheit sagen?

30. Ein Gerät bestehe aus zwei Bauteilen T_1 und T_2 , die in Reihe angeordnet sind. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Bauteil T_1 bzw. T_2 während einer bestimmten Zeitdauer intakt bleibt, sei p_1 bzw. p_2 . Ein (Teil-) System aus hintereinander geschalteten Bauteilen fällt aus, wenn einer der beiden Bauteile ausfällt. Die Zuverlässigkeit des Systems soll durch das Hinzuschalten gleichartiger Bauteile T'_1 und T'_2 erhöht werden. Dazu kommen zwei Methoden in Frage.

Methode 1: Zu dem System wird ein identisches System parallelgeschaltet.

Methode 2: Zu jedem Bauteil wird ein identisches Bauteil parallelgeschaltet.

Man vergleiche die beiden Methoden, indem man die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet, daß das unter Methode 1 bzw. 2 beschriebene Gerät während der festgelegten Zeitdauer intakt bleibt.

O.B.d.A.

O.B.d.A. heißt eigentlich “ ohne Beschränkung der Allgemeinheit “.

Hier einige alternative Interpretationen:

Ohne Bedeutung für die Allgemeinheit

Ohne Bedenken des Autors

Ohne Begründung der Annahme

Ohne Berücksichtigung der Ausnahmen

Ohne Berücksichtigung der Anfängerstudenten.