

Übungen zur Stochastik 1
Serie 1

Abgabe: Dienstag, 19.04.05, 14:00 im Hörsaal

1. Berechnen Sie $\liminf 1_{A_n}$ und $\limsup 1_{A_n}$.
2. a) Berechnen Sie $(\liminf A_n)^c$ und $(\limsup A_n)^c$.
b) Es gilt $\liminf A_n \subset \limsup A_n$.
c) Wenn $A_n \uparrow A$ oder $A_n \downarrow A$, dann gilt $\liminf A_n = \limsup A_n = A$.
d) Sei $A_n = (-1/n, 1]$ für ungerades n und $A_n = (-1, 1/n]$ für gerades n . Berechnen Sie $\liminf A_n$ und $\limsup A_n$.
e) Sei A_n das Innere der offenen Kreisscheibe mit Radius 1 und Mittelpunkt $((-1)^n/n, 0)$. Berechnen Sie $\liminf A_n$ und $\limsup A_n$.
3. Bestimmen Sie $\sigma\{A\}$ und $\sigma\{A_1, \dots, A_n\}$ für $A, A_1, \dots, A_n \subset \Omega$.
4. Eine Algebra ist abgeschlossen unter Differenzen und symmetrischen Differenzen.
5. Sei μ eine nichtnegative und additive Mengenfunktion auf einer Algebra \mathcal{F} . Seien $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{F}$ disjunkt mit $\bigcup_n A_n \in \mathcal{F}$. Dann gilt

$$\mu \bigcup_n A_n \geq \sum_n \mu A_n.$$

Bemerkungen

- Bitte geben Sie immer Ihren Namen sowie die Übungsgruppe auf Ihrer Lösung an.
- Die Übungen finden ab dem 19.04.05 statt.