

Übungen zur Stochastik 1
Serie 3

Abgabe: Dienstag, 10.05.05, 14:00 im Hörsaal

11. Sei F eine Verteilungsfunktion und μ das zugehörige Lebesgue-Stieltjes-Maß. Schreibe $y \rightarrow x-$ (in Worten: *von links*), wenn $y \rightarrow x$ mit $y < x$.

a) Die Funktion F besitzt in jedem Punkt x einen linken Limes

$$F(x-) = \lim_{y \rightarrow x-} F(y).$$

b) Es gilt $\mu\{x\} = F(x) - F(x-)$.

c) Die Funktion F ist stetig in x genau dann, wenn $\mu\{x\} = 0$.

d) Es gilt

$$\begin{aligned}\mu[a, b] &= F(b) - F(a-), \\ \mu(a, b) &= F(b-) - F(a), \\ \mu[a, b) &= F(b-) - F(a-).\end{aligned}$$

12. Eine Verteilungsfunktion hat höchstens abzählbar viele Unstetigkeitsstellen.

13. Gibt es Verteilungsfunktionen, deren Unstetigkeitsstellen dicht in \mathbf{R} sind?

14. Sei F eine *stetige* Verteilungsfunktion und μ das zugehörige Lebesgue-Stieltjes-Maß.

a) Abzählbare Mengen haben das Maß 0.

b) Wenn eine Menge positives Maß hat, muß sie dann ein (nichtleeres) offenes Intervall enthalten?

15. Ist B Borel-meßbar und $a \in \mathbf{R}$, so sind auch $a + B = \{a + x : x \in B\}$ und $-B = \{-x : x \in B\}$ Borel-meßbar.

Bemerkungen Die Vorlesung am Freitag, den 13.05.05, fällt wegen einer Tagung aus. Die Übungen finden aber normal statt.