Prof. Dr. W. Wefelmeyer
Dipl.-Math. K. Tang

Sommersemester 2006

Übungen zur Mathematischen Statistik
Serie 3

11. Sind $X_1, \dots, X_n$ unabhängig mit Verteilungsfunktion F, so ist die Verteilungsfunktion F_r der r-ten Ordnungsstatistik $X_{r:n}$ gegeben durch

$$F_r(x) = \sum_{i=r}^{n} \binom{n}{i} F(x)^i (1 - F(x))^{n-i}.$$

Insbesondere gilt $F_n(x) = F(x)^n$ und $F_1(x) = 1 - (1 - F(x))^n$.

12. Seien $X_1, \dots, X_n$ unabhängig und gleichverteilt auf $\{1, \dots, k\}$ für ein unbekanntes $k \in \mathbb{N}$. Bestimmen Sie einen suffizienten Schätzer für k.

13. Seien $X_1, \dots, X_n$ unabhängig und nach der von der Exponentialverteilung E erzeugten Lageparameter-Familie verteilt. Geben Sie eine möglichst niedrigdimensionale suffiziente Statistik für den Lageparameter an. Ist sie vollständig oder minimal?

14. Seien $X_1, \dots, X_n$ unabhängig und N_{μ,σ^2}-verteilt. Dann sind $\bar{X} = (1/n) \sum_{i=1}^n X_i$ und $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ unabhängig.

15. Seien $X_1, \dots, X_n$ unabhängig und verteilt nach einer kanonischen exponentiellen Familie in T. Bestimmen Sie einen erwartungstreuen Schätzer für den Wert $M_T(u)$ der momenterzeugenden Funktion von T.