Prof. Dr. W. Wefelmeyer
Dipl.-Math. K. Tang **Wintersemester 2006/2007**

Übungen zur Statistik für Zeitreihen
Serie 3

Seien $X_1, \dots, X_n$ unabhängig mit Verteilung P_ϑ, $\vartheta \in \Theta \subset \mathbb{R}$. Sei $\kappa : \Theta \to \mathbb{R}$ stetig differenzierbar in ϑ.

11. Ist $\hat{\vartheta}$ regulär in ϑ mit Limes V, so ist $\kappa(\hat{\vartheta})$ regulär für κ in ϑ mit Limes $\kappa'(\vartheta)V$.

12. Ist $\hat{\vartheta}$ asymptotisch linear in ϑ mit Einflußfunktion h, so ist $\kappa(\hat{\vartheta})$ asymptotisch linear für κ in ϑ mit Einflußfunktion $\kappa'(\vartheta)h$.

13. Ist $\hat{\vartheta}$ effizient in ϑ, so ist $\kappa(\hat{\vartheta})$ effizient für κ in ϑ.

14. Die Verteilungen E_a, $a > 0$, und $N_{\mu,1}$, $\mu \in \mathbb{R}$, sind differenzierbar in $L_2(E_a)$ bzw. $L_2(N_{\mu,1})$ (also auch Hellinger-differenzierbar).

15. (*Curse of dimensionality.*) Seien $X_1, \dots, X_n$ unabhängige m-dimensionale Zufallsvektoren mit Dichte f. Sei k eine Dichte auf $\mathbb{R}^m$ mit kompaktem Träger. Sei $b > 0$ und $k_b(x) = k(x/b)/b^m$. Der zugehörige *m-dimensionale Kernschätzer* für $f(x)$ ist

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} k_b(x - X_i).$$

Ist f stetig in x, so gilt für den Varianzterm des Kernschätzers

$$E(\hat{f}(x) - E\hat{f}(x))^2 = O(1/(nb^m)).$$