Prof. Dr. W. Wefelmeyer
Dipl.-Math. K. Tang

Wintersemester 2006/2007

Übungen zur Statistik für Zeitreihen
Serie 12

56. Sei $X_t = \mu + \vartheta(B)Z_t$ mit weißem Rauschen (Z_t) und $\sum_{j\in\mathbb{Z}} |\vartheta_j| < \infty$. Dann gilt $\sum_{s\in\mathbb{Z}} |\gamma(s)| < \infty$ für die Autokovarianz-Funktion γ von (X_t).

57. Sei (X_t) reellwertig und schwach stationär mit Mittelwert μ. Setze

$$\mathcal{M}_n = \mathrm{sp}(X_n, \dots, X_1, 1), \quad \mathcal{N}_n = \mathrm{sp}(X_n - \mu, \dots, X_1 - \mu).$$

Dann gilt

$$P_{\mathcal{M}_n} X_{n+m} = \mu + P_{\mathcal{N}_n}(X_{n+m} - \mu).$$

58. Sind (X_t) und (Y_t) schwach stationär und zentriert mit Spektraldichten $f_X \le f_Y$, so ist $\Gamma_{nY} - \Gamma_{nX}$ positiv semidefinit.

59. Seien X_t, $t \in \mathbb{Z}$, unabhängig und standardnormalverteilt. Dann ist der zugehörige OIP gegeben durch

$$Z(u) = B(u) + B(-u) + i(B(-u) + B(u)),$$

wobei B ein geeigneter Gaußscher Prozeß auf $[-\pi, \pi]$ ist.

60. Sei Z ein OIP mit Verteilungsfunktion F, und sei $a \in L_2(F)$. Dann ist

$$W(v) = \int_{(-\pi,v]} a(u)\, dZ(u)$$

ein OIP mit Verteilungsfunktion

$$G(v) = \int_{(-\pi,v]} |a(u)|^2\, dF(u).$$

Ist $b \in L_2(G)$, so gilt $ba \in L_2(F)$ und

$$\int_{(-\pi,\pi]} b(u)\, dW(u) = \int_{(-\pi,\pi]} b(u)a(u)\, dZ(u).$$