Prof. Dr. W. Wefelmeyer
Dipl.-Math. Markus Schulz **Wintersemester 2007/2008**

Übungen zur Einführung in die Stochastik
Serie 7
Abgabe: Montag, 3.Dezember 2007, vor der Vorlesung

31. (3 Punkte) (*Reproduktivität* der Poisson-Verteilung) Sind X und Y unabhängig und P_λ- bzw. P_μ-verteilt, so ist $X+Y$ $P_{\lambda+\mu}$-verteilt.

32. Gegeben sei eine Menge mit N Objekten. Die Anzahl X der fehlerhaften Objekte in dieser Menge sei $B_{N,p}$-verteilt. Eine Stichprobe der Größe n mit $n \leq N$ wird ohne Zurücklegen gezogen. Bezeichne Y die Anzahl der fehlerhaften Objekte in der Stichprobe. Begründen Sie, dass Y gegeben $X = x$ $H_{N,x,n}$-verteilt ist. Bestimmen Sie anschließend die (unbedingte) Verteilung von Y.

33. (5 Punkte) Berechnen Sie die Erwartungswerte und Varianzen der Zufallsvariablen X in den folgenden Fällen:

a) $X \sim B_{1,p}$, d.h. X ist Bernoulli-verteilt,

b) $X \sim B_{n,p}$, d.h. X ist Binomialverteilt,

c) $X \sim G_p$, d.h. X ist geometrisch verteilt,

d) $X \sim P_\lambda$, d.h. X ist Poisson-verteilt.

34. Es sei

$$f(x,y) = c \cdot e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)} 1_{\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 | xy<0\}}(x,y).$$

Bestimmen Sie zunächst die Konstante c so, dass f eine Wahrscheinlichkeitsdichte ist. Sei nun (X,Y) ein Zufallsvektor mit gemeinsamer Dichte f. Zeigen Sie, dass X (und damit auch Y) standardnormalverteilt ist. Sind X und Y unabhängig?

35. Berechnen Sie die Dichte von $X-Y$, wenn X und Y unabhängig und E_a-verteilt sind.