

Übungen zur Statistik für Zeitreihen (Statistik II)
Serie 3

Abgabe: Dienstag, 3. November 2009, vor der Vorlesung

Seien X_1, \dots, X_n unabhängig mit Verteilung P_ϑ , $\vartheta \in \Theta \subset \mathbb{R}$. Sei $\kappa : \Theta \rightarrow \mathbb{R}$ stetig differenzierbar in ϑ .

11. Ist $\hat{\vartheta}$ regulär in ϑ mit Limes V , so ist $\kappa(\hat{\vartheta})$ regulär für κ in ϑ mit Limes $\kappa'(\vartheta)V$.

12. Ist $\hat{\vartheta}$ asymptotisch linear in ϑ mit Einflussfunktion h , so ist $\kappa(\hat{\vartheta})$ asymptotisch linear für κ in ϑ mit Einflussfunktion $\kappa'(\vartheta)h$.

13. Ist $\hat{\vartheta}$ regulär und effizient in ϑ , so ist $\kappa(\hat{\vartheta})$ regulär und effizient für κ in ϑ .

14. Verallgemeinern Sie die Aussagen aus den Aufgaben 11 bis 13 auf den Fall mit $\Theta \subset \mathbb{R}^d$ und $\kappa : \Theta \rightarrow \mathbb{R}^k$.

15. Seien X_1, \dots, X_n unabhängig und $N_{\vartheta,1}$ -verteilt und $\vartheta \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie:

- Die Familie $N_{\vartheta,1}$, $\vartheta \in \mathbb{R}$, ist Hellinger-differenzierbar mit Fisher-Information $I_\vartheta = 1$.
- Der Schätzer

$$T_n = \bar{X}_n 1_{\{|\bar{X}_n| > n^{-1/4}\}} + \frac{1}{2} \bar{X}_n 1_{\{|\bar{X}_n| \leq n^{-1/4}\}}$$

ist asymptotisch normal mit Varianz

$$\sigma^2(\vartheta) = \begin{cases} 1 & \text{für } \vartheta \neq 0 \\ 1/4 & \text{für } \vartheta = 0 \end{cases}.$$

- Der Schätzer T_n ist nicht regulär in $\vartheta = 0$.