

Übungen zur Statistik für Zeitreihen (Statistik II)
Serie 9

Abgabe: Dienstag, 15. Dezember 2009, vor der Vorlesung

41. Seien (X_t) und (Y_t) zwei schwach stationäre und zentrierte Prozesse mit der gleichen Autokovarianzfunktion, und (Y_t) sei ein ARMA(p,q)-Prozess. Zeigen Sie, dass dann auch (X_t) ein ARMA(p,q)-Prozess sein muss.

42. Charakterisieren Sie die komplexwertigen Zufallsvariablen A , die zu ihrem komplex Konjugierten unkorreliert sind.

43. Sei

$$\gamma(s) = \begin{cases} 1 & , s = 0 \\ c & , s = \pm 1 . \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases}$$

Dann ist γ Autokovarianz-Funktion eines stationären Prozesses genau dann, wenn $|c| \leq 1/2$. Welche Zeitreihe hat diese Autokovarianz-Funktion?

44. a) Sei $X_t = Z_t + \varphi Z_{t-1}$ ein MA(1)-Prozess. Was ist seine Spektraldichte?

b) Sei $X_t - \varrho X_{t-1} = Z_t$ ein AR(1)-Prozess mit $|\varrho| \neq 1$. Was ist seine Spektraldichte?

45. Seien (X_t) und (Y_t) unkorrelierte schwach stationäre Prozesse mit Spektralverteilungsfunktion F und G . Zeigen Sie, dass $(X_t + Y_t)$ schwach stationär ist, und berechnen Sie die Spektralverteilungsfunktion.