Prof. Dr. W. Wefelmeyer
Dipl.-Math. Markus Schulz

Wintersemester 2009/10

Übungen zur Statistik für Zeitreihen (Statistik II)
Serie 12
Abgabe: Dienstag, 26. Januar 2010, vor der Vorlesung

Sei $X_t = \vartheta_1 X_{t-1} + \vartheta_2 X_{t-2} + \varepsilon_t$ ein AR(2)-Prozess mit $1 - \vartheta_1 z - \vartheta_2 z^2 \neq 0$ für $|z| \leq 1$, und seien ε_t unabhängig und identisch verteilt und zentriert mit endlicher Varianz σ^2 und positiver Dichte f. Zudem habe f endliche Fisher-Information I.

56. Zeigen Sie, dass das Modell lokal asymptotisch normal ist.

57. Bestimmen Sie einen effizienten Schätzer für den Vektor $(\vartheta_1, \vartheta_2)$.

58. Bestimmen Sie einen effizienten Schätzer für $Ek(\varepsilon)$.

59. Bestimmen Sie einen effizienten Schätzer für den bedingten Erwartungswert $E(X_{n+1}^2 | X_n = w, X_{n-1} = x)$.

60. Sei $x \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie den kanonischen Gradienten von $f * f(x)$. Sei $\hat{f}(y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n k_b(y - X_i)$ ein Kernschätzer für $f(y)$ mit $k_b(y) = k(y/b)/b$. Zeigen Sie (heuristisch), dass $\hat{f} * \hat{f}(x)$ asymptotisch linear und effizient für $f * f(x)$ ist, wenn $b = o(n^{-1/4})$ gilt.