

Übungen zur Einführung in die Stochastik
Serie 4

Abgabe: Dienstag, 9. November 2010, nach der Vorlesung

16. In der amerikanischen Spielshow „Let’s make a deal“ ist als Hauptpreis ein Auto ausgesetzt. Hierzu sind auf der Bühne drei verschlossene Türen aufgebaut. Hinter einer rein zufällig ausgesuchten Tür befindet sich das Auto, hinter den beiden anderen jeweils eine Ziege. Der Kandidat wählt eine der Türen aus, diese bleibt aber noch geschlossen. Der Spielleiter (der weiß, hinter welcher Tür das Auto steht) öffnet daraufhin eine der beiden anderen Türen, hinter der sich eine Ziege verbirgt. Der Kandidat hat nun die Möglichkeit, sich umzuentscheiden. Wie wahrscheinlich ist es, dass er gewinnt, wenn er die Tür wechselt bzw. wenn er bei seiner Wahl bleibt?

17. Eine Urne enthält drei rote und vier schwarze Kugeln. Eine Kugel wird rein zufällig entnommen und durch eine Kugel der *anderen* Farbe ersetzt. Dieser Vorgang wird noch einmal wiederholt. Danach wird erneut rein zufällig eine Kugel entnommen. Modellieren Sie dieses Experiment (möglichst einfach). Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die zuletzt gezogene Kugel rot?

18. Auf einer Prüfstation werden Produkte getestet. Man weiß, dass 2% aller erzeugten Produkte einen Fehler haben. Beim Prüfen wird bei 95% der defekten Teile der Fehler festgestellt, aber auch 1% der fehlerfreien Produkte wird aussortiert. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein nicht aussortiertes Produkt wirklich fehlerfrei?

19. Auf einer Ausstellung sind von 15 Gemälden 12 Originale. Ein Besucher wählt zufällig ein Bild aus, befragt aber, bevor er es kauft, einen Experten nach dessen Meinung. Dieser gibt im Mittel bei 9 von 10 Werken eine richtige Beurteilung ab (sowohl bei den Originalen als auch bei den Fälschungen).

Wenn der Experte entscheidet, dass das Bild eine Fälschung ist, gibt der Besucher das Bild zurück und wählt ein anderes. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dieses dann ein Original?

20. Eine Urne enthält n verschiedenfarbige Kugeln; eine davon ist weiß. Eine Kugel wird gezogen, und zwei unabhängige Beobachter teilen uns ihre Farbe mit. Leider nennt jeder von ihnen in neun von zehn Fällen eine

falsche Farbe. Wenn beide behaupten, dass die gezogene Kugel weiß ist, wie wahrscheinlich ist es, dass sie die Wahrheit sagen?

Heiteres aus der Stochastik:

Nur wer nicht Lotto spielt, kann sicher gewinnen!

Wenn Sie Lotto spielen, gewinnen Sie wahrscheinlich nichts ($1 : 14 \cdot 10^6$).

Sie haben im Lotto gewonnen.

Also haben sie höchstwahrscheinlich nicht Lotto gespielt.

(aus „Der Hund, der Eier legt“ von Hans-Peter Beck-Bornholt und Hans-Hermann Dubben)