

Übungen zur Einführung in die Stochastik
Serie 7

Abgabe: Dienstag, 30. November 2010, vor der Vorlesung

31. (3 Punkte) (*Reproduktivität der Poisson-Verteilung*) Sind X und Y unabhängig und P_λ - bzw. P_μ -verteilt, so ist $X + Y$ $P_{\lambda+\mu}$ -verteilt.

32. (*Binomialapproximation der hypergeometrischen Verteilung*)
Sei $n \geq 1$ und $p \in (0, 1)$. Zeigen Sie, dass im Limes $N \rightarrow \infty$, $K \rightarrow \infty$ mit $\frac{K}{N} \rightarrow p$ die hypergeometrische Verteilung $H_{N,K,n}$ (punktweise) gegen die Binomialverteilung $B_{n,p}$ konvergiert.

33. a) Seien $X_i, i = 1, \dots, n$, unabhängige und identisch verteilte Zufallsvariablen mit Verteilungsfunktion F . Bestimmen Sie

(i) die Verteilungsfunktion von $Y := \min_{1 \leq i \leq n} X_i$,

(ii) die Verteilungsfunktion von $Z := \max_{1 \leq i \leq n} X_i$.

b) Sei zusätzlich vorausgesetzt, dass die Zufallsvariablen X_i eine Dichte f besitzen. Bestimmen Sie in diesem Fall die Dichten der Zufallsvariablen Y und Z , die wie in a) definiert sein sollen.

34. (5 Punkte) a) Bestimmen Sie in den Fällen (i) bis (iii) die Dichte von Y :

(i) $Y = e^X$ und X ist N_{μ, σ^2} -verteilt,

(ii) $Y = -a \ln(X)$ und X ist gleichverteilt auf $[0, 1]$,

(iii) $Y = e^X$ mit $X \sim E_{1/\alpha}$.

b) Zeigen Sie, dass $Y = [X + 1]$ mit $X \sim E_{1/\lambda}$ geometrisch verteilt ist und bestimmen Sie den Parameter. Dabei bezeichne $[.]$ die Gauß-Klammer.

35. Eine Straßenlaterne der Höhe $a > 0$ strahlt gleichmäßig in alle Richtungen, die irgendwann die Straße treffen. X bezeichne den Auftreffpunkt eines Lichtstrahls auf der Straße. Bestimmen Sie die Verteilung von X .

Hinweis: Nehmen Sie die Lichtquelle als punktförmig an und betrachten Sie das Problem als eindimensional.

Heiteres aus der Stochastik:

There was this statistics student who, when driving his car, would always accelerate hard before coming to any junction, whizz straight over it, then slow down again once he'd got over it. One day, he took a passenger, who was understandably unnerved by his driving style, and asked him why he went so fast over junctions. The statistics student replied, "Well, statistically speaking, you are far more likely to have an accident at a junction, so I just make sure that I spend less time there."