

Übungen zur Einführung in die Stochastik  
Serie 8

Abgabe: Dienstag, 7. Dezember 2010, vor der Vorlesung

**36.** Berechnen Sie die Dichte von  $X - Y$ , wenn  $X$  und  $Y$  unabhängig und  $E_a$ -verteilt sind.

**37.** Sei  $\Omega = \mathcal{P}_n$  die Menge der Permutationen von  $\{1, \dots, n\}$  und  $P$  die Gleichverteilung auf  $\Omega$ . Für jede Permutation  $\omega \in \Omega$  sei  $X(\omega)$  die Anzahl der Fixpunkte von  $\omega$ . Berechnen Sie  $EX$  und  $\text{Var}(X)$ .

**38. (5 Punkte)** Überprüfen Sie, ob in den Fällen

- a)  $X$  ist  $P_\lambda$ -verteilt,
- b)  $X$  ist  $E_a$ -verteilt,
- c)  $X$  besitzt die Dichte  $2\left(\frac{1}{x}\right)^3 1_{(1,\infty)}(x)$ ,

Erwartungswert und Varianz existieren, und berechnen Sie diese gegebenenfalls.

**39. (3 Punkte)** Zeigen Sie:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e^{-n} \sum_{k=0}^n \frac{n^k}{k!} = \frac{1}{2}.$$

*Hinweis:* Wenden Sie den Zentralen Grenzwertsatz auf geeignete Poissonverteilte Zufallsvariablen an.

**40.** Ein Warenhaus startet eine Werbeaktion, bei der die ersten 1000 Einsender eine Damen- bzw. Herrenuhr erhalten sollen. Gehen Sie davon aus, dass sich Männer und Frauen gleichermaßen von der Aktion angesprochen fühlen. Wie viele Damen- bzw. Herrenuhren muss das Unternehmen vorrätig halten, damit 98% der Einsender die passende Uhr bekommen? Verwenden Sie

- a) die Chebyshev-Ungleichung
- b) die Normalapproximation.

### Verteilungsfunktion $\Phi(x)$ der Standardnormalverteilung $N_{0,1}$

$x$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

*Ablesebeispiel:*  $\Phi(1,96) \approx 0,975$ .

Die fehlenden Werte ergeben sich aus der Beziehung  $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$ .

---

### Heiteres aus der Stochastik:

Es ist erwiesen, dass das Feiern von Geburtstagen gesundheitsfördernd ist. Die Statistiken zeigen, dass die Menschen, welche am meisten Geburtstage feiern, am ältesten werden.