

Übungen zur Einführung in die Stochastik
Serie 12

Abgabe: Dienstag, 18. Januar 2011, vor der Vorlesung

56. Seien X_1, \dots, X_n unabhängig und $\Gamma_{a,b}$ -verteilt mit bekanntem $b > 0$. Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer für a .

57. Seien X_1, \dots, X_n unabhängig und identisch verteilt mit Dichte

$$f_{\vartheta}(x) = \vartheta x^{-2} 1_{(\vartheta, \infty)}(x), \quad \vartheta > 0.$$

Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer für ϑ .

58. In einer Sendung von 10 Geräten befindet sich eine unbekannte Anzahl fehlerhafter Geräte, wobei der Fehler jeweils nur durch eine sehr kostspielige Qualitätskontrolle festgestellt werden kann. Ein Abnehmer, der nur maximal ein fehlerhaftes Gerät pro Lieferung erhalten möchte, führt folgende Eingangskontrolle durch: Er prüft 5 Geräte. Sind diese alle einwandfrei, so nimmt er die Sendung an, sonst lässt er sie zurückgehen. Beschreiben Sie das Vorgehen testtheoretisch und ermitteln Sie das Niveau des Testverfahrens. Wie viele Geräte müssen überprüft werden, wenn die Wahrscheinlichkeit für eine irrtümliche Annahme der Sendung kleiner gleich 0,1 sein soll?

59. Unter 3000 Geburten wurden in einer Klinik 1578 Knaben gezählt. Würden Sie aufgrund dieses Ergebnisses mit einer Sicherheit von 95% an der Hypothese festhalten wollen, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Knabengeburt gleich $\frac{1}{2}$ ist?

60. a) Seien X_1, \dots, X_n unabhängig und N_{μ, σ^2} -verteilt mit unbekanntem μ und σ^2 . Bestimmen Sie wie in der Vorlesung zwei Tests zum asymptotischen Niveau α für die Testprobleme

i) $H : \mu \leq \mu_0$ gegen $K : \mu > \mu_0$ und

ii) $H : \mu = \mu_0$ gegen $K : \mu \neq \mu_0$.

b) Bei einer Versuchsreihe sind folgende 16 Messwerte aufgetreten:

12,43 12,01 7,33 8,92 12,34 10,75 8,58 15,95
9,27 9,09 13,20 9,95 11,36 12,55 8,07 10,99.

Führen Sie die in a) entwickelten Tests für $\alpha = 0,1$ und $\mu_0 = 10$ durch.

Hinweis: Greifen Sie auf folgende Tabelle zurück:

α	0,9	0,95	0,975	0,98	0,99	0,995
$\Phi^{-1}(\alpha)$	1,282	1,645	1,96	2,054	2,326	2,576

Heiteres aus der Stochastik:

A statistician can have his head in an oven and his feet in ice, and he will say that on the average he feels fine.