

Übungen zur Mathematik I
für Physiker und Lehramtsstudierende

Serie 0

keine Abgabe, vorzubereiten für die erste Übungsstunde

0.1 Lesen Sie sich den Text „Wie bearbeitet man ein Übungsblatt“ unter <http://www.mathematik.uni-mainz.de/Members/lehn/le/uebungsblatt> durch.

0.2 Seien A , B und C Teilmengen einer weiteren Menge X . Veranschaulichen Sie folgende Mengen grafisch (Venn-Diagramm) und beweisen Sie die angegebenen Identitäten:

- a) (Assoziativität) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$,
 $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$,
- b) (Regeln von De Morgan) $X \setminus (A \cup B) = (X \setminus A) \cap (X \setminus B)$,
 $X \setminus (A \cap B) = (X \setminus A) \cup (X \setminus B)$,
- c) (Distributivgesetze) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$,
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

0.3 Seien $f : X \rightarrow Y$ eine Abbildung und $M_1, M_2 \subset X$ sowie $N_1, N_2 \subset Y$.
a) Beweisen Sie:

- (i) $f(M_1 \cup M_2) = f(M_1) \cup f(M_2)$,
- (ii) $f(M_1 \cap M_2) \subseteq f(M_1) \cap f(M_2)$,
- (iii) $f^{-1}(N_1 \cup N_2) = f^{-1}(N_1) \cup f^{-1}(N_2)$,
- (iv) $f^{-1}(N_1 \cap N_2) = f^{-1}(N_1) \cap f^{-1}(N_2)$.

b) Geben Sie ein Beispiel an, in dem die Inklusion aus (ii) echt ist, d.h. die linke Seite ungleich der rechten Seite ist.

0.4 Zeichnen Sie Graphen von Funktionen f mit folgenden Eigenschaften:

- i) f ist surjektiv, aber nicht injektiv;
- ii) f ist injektiv, aber nicht surjektiv;
- iii) f ist bijektiv;
- iv) f ist konstant;
- v) f ist weder injektiv noch surjektiv;
- vi) Der Wertebereich von f besteht aus genau zwei Elementen.
- vii) Der Wertebereich von f ist ein Intervall der Form $[a, b]$.

Zitate:

Eine mathematische Aufgabe kann manchmal genauso unterhaltsam sein wie ein Kreuzworträtsel, und angespannte geistige Arbeit kann eine ebenso wünschenswerte Übung sein wie ein schnelles Tennisspiel.

George Polya

Vergesst nicht: Wenn ihr schwimmen lernen wollt, dann geht mutig ins Wasser, wenn ihr lernen wollt, Aufgaben zu lösen, dann löst sie.

George Polya