

Übungen zur Mathematischen Statistik
Serie 7

Abgabe: Dienstag, 3. Dezember 2013, vor der Vorlesung

31. Sei f eine Dichte auf \mathbb{R} mit einem Sprung in x . Wie verhält sich ein Kernschätzer in x ?

32. Sei f eine Dichte auf \mathbb{R} , die in 0 einen Sprung hat. Wie können Sie die Sprunghöhe schätzen? (Das Problem wird wesentlich schwieriger, wenn nicht bekannt ist, wo sich der Sprung befindet – selbst wenn bekannt ist, dass es nur einen Sprung gibt.)

33. (*Multivariate Dichteschätzer*) Bestimmen Sie einen (Kern-)Schätzer für die Dichte f eines Wahrscheinlichkeitsmaßes auf \mathbb{R}^2 . Berechnen Sie im Fall $f \in \text{Lip}_{1,\alpha}^2(L)$ seine Konvergenzrate.

Bemerkung: $f \in \text{Lip}_{1,\alpha}^2(L)$ bedeutet, dass $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ einmal stetig differenzierbar ist mit

$$\|df(y) - df(x)\|_2 \leq L\|y - x\|_2^\alpha \quad \forall x, y \in \mathbb{R}^2$$

für die euklidische Norm $\|\cdot\|_2$ auf \mathbb{R}^2 .

34. Sei f eine stetig differenzierbare Dichte auf \mathbb{R} . Bestimmen Sie einen (Kern-)Schätzer für die Ableitung von f . Berechnen Sie unter geeigneten Bedingungen die Konvergenzrate.

35. Sei (X, Y) ein Zufallsvektor mit Dichte $f \in \text{Lip}_{1,\alpha}^2(L)$. Die Dichte $g \in \text{Lip}_{1,\alpha}(\tilde{L})$ von X besitze den kompakten Träger $[0, 1]$ und sei dort von 0 weg beschränkt. Bestimmen Sie einen Schätzer für die bedingte Dichte von Y gegeben X . Berechnen Sie unter geeigneten Bedingungen seine Konvergenzrate.