

Übungen zur Statistik für Zeitreihen
Serie 6

Abgabe: Dienstag, 27. Mai 2014, vor der Vorlesung

In den nächsten drei Aufgaben sei X_0, X_1, \dots eine Markov-Kette mit endlichem Zustandsraum E . Sie besitze die Übergangsverteilung Q und die Startverteilung π .

26. Konstruieren Sie effiziente Schätzer für π und Q .

27. Konstruieren Sie einen effizienten Schätzer für $E_\pi f(X_0, X_1, X_2)$.

28. Konstruieren Sie einen effizienten Schätzer für die Zweischnitt-Übergangsverteilung.

29. Seien $Z_t, t \in \mathbb{Z}$, unabhängige und normalverteilte Zufallsvariablen mit Mittelwert 0 und Varianz σ^2 , c eine Konstante und $Y_t, t \in \mathbb{Z}$, eine stationäre Zeitreihe. Welche der folgenden stochastischen Prozesse sind stationär? Geben Sie für jeden stationären Prozess Mittelwert und Autokovarianzfunktion an.

a) $X_t = Z_1 \cos(ct) + Z_2 \sin(ct)$,

b) $X_t = Z_t \cos(ct) + Z_{t-1} \sin(ct)$,

c) $X_t = Z_t Z_{t-1}$,

d) $X_t = \begin{cases} Y_t & , \text{ falls } t \text{ gerade} \\ Y_t + 1 & , \text{ falls } t \text{ ungerade} \end{cases}$.

30. Welche der folgenden Funktionen auf \mathbb{Z} ist Autokovarianzfunktion einer stationären Zeitreihe?

a) $f(h) = \begin{cases} 1 & , \text{ falls } h = 0 \\ 1/h & , \text{ falls } h \neq 0 \end{cases}$,

b) $f(h) = (-1)^{|h|}$,

c) $f(h) = 1 + \cos\left(\frac{\pi h}{2}\right) - \cos\left(\frac{\pi h}{4}\right)$.