Studierendenkonferenz der Deutschen Mathematiker-Vereinigung an der Universität zu Köln

20. und 21. September 2011

Wir möchten uns ganz herzlich bei allen Gutachtern bedanken.

Auf der Konferenz werden Preise für besonders gute Abschlussarbeiten vergeben. Die Buch-Preise werden vom *Springer-Verlag* gestiftet. Die Gastaufenthalte werden ermöglicht durch

- Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik, Kaiserslautern,
- Hausdorff Research Institute for Mathematics, Bonn,
- Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach,
- Max-Planck-Institut für Mathematik, Bonn,
- Max-Planck-Institut für Mathematik in den Naturwissenschaften, Leipzig,
- RWTH Aachen.

Inhalt

Programm

Das Vortragsprogramm für den 20. September:

13 : 30 – 13 : 50	Begrüßung
14 : 00 – 14 : 30	drei parallele Sektionsvorträge
14 : 30 – 15 : 00	drei parallele Sektionsvorträge
Pause	
16 : 00 – 16 : 30	drei parallele Sektionsvorträge
16 : 30 – 17 : 00	drei parallele Sektionsvorträge
17 : 00 – 17 : 30	drei parallele Sektionsvorträge

Das Vortragsprogramm für den 21. September:

09 : 00 – 09 : 30	drei parallele Sektionsvorträge
09 : 30 – 10 : 00	drei parallele Sektionsvorträge
Pause	
11 : 00 – 11 : 30	drei parallele Sektionsvorträge
11 : 30 – 12 : 00	drei parallele Sektionsvorträge
13 : 00 – 14 : 00	Preisverleihung im Hörsaal B des Hörsaalgebäudes

Die Vorträge finden in den Räumen S 65, S 69 und S 73 des Philosophikums statt.

Die Registrierung bzw. Anmeldung und die Ausgabe der Tagungsunterlagen erfolgt im Tagungsbüro. Das Tagungsbüro befindet sich am Montag, den 19.09.2011, von 08 : 00 – 14 : 00 im Flur hinter der Aula der Universität zu Köln im Universitätshauptgebäude am Albertus-Magnus-Platz. Ab Dienstag finden Sie das Tagungsbüro in Hörsaal F des Hörsaalgebäudes der Universität zu Köln, ebenfalls am Albertus-Magnus-Platz. Genaueres, insbesondere auch Lagepläne, finden Sie im Programmheft der DMV-Tagung.

Dienstag, 20. September

13 : 30 – 13 : 50 **Begrüßung: im Raum S 65**

Algebra und verwandte Gebiete: im Raum S 65

14 : 00 – 14 : 30	Daniel Andres: *Algorithms for the computation of Sato's b-functions*
14 : 30 – 15 : 00	Inga Benner: Beinahe $\mathcal{D}$-zerfallende Sequenzen und derivierte Äquivalenzen
Pause	
16 : 00 – 16 : 30	Johannes Hofscheier: *Some arithmetic problems related to cyclic quotient singularities and the Hodge conjecture on Fermat hypersurfaces*
16 : 30 – 17 : 00	Leo Margolis: *Freie Untergruppen in* $\mathcal{U}(\mathbb{Z}G)$ *und dieder-kritische Elemente*
17 : 00 – 17 : 30	Markus Knappitsch: *Konstruktion und Simulation eines Mathematischen Rahmenmodells Biologischer Kommunikation mittels Dynamischer Systeme*

Numerik: im Raum S 69

14 : 00 – 14 : 30	Torsten Görner: *Berechnung sphärischer Mittelwerte*
14 : 30 – 15 : 00	Felix Lucka: *Hierarchical Bayesian Approaches to the Inverse Problem of EEG/MEG Current Density Reconstruction*
Pause	
16 : 00 – 16 : 30	Ines Melzer: *Schnelle Fourier-Transformation für dünne Daten*
16 : 30 – 17 : 00	Mareike Schmidtobreick: *Numerical methods on reconfigurable hardware using high level programming paradigms*
17 : 00 – 17 : 30	Martin Wlotzka: *Modellreduktion instationärer Strömungsvorgänge mit der Proper Orthogonal Decomposition Methode*

Stochastik und Informatik: im Raum S 73

14 : 00 – 14 : 30	Florian Fuchs: *On the spectral representation of Lévy and multivariate CARMA processes and related mixing properties*
14 : 30 – 15 : 00	Christoph Tasto: *Grenzwertsätze für Bernoulli-Faltungen*
Pause	
16 : 00 – 16 : 30	Gerald Gamrath: *Generisches Branch-Cut-and-Price*
16 : 30 – 17 : 00	Olga Heismann: *Minimum cost hyperassignments*
17 : 00 – 17 : 30	Jonas Schweiger: *Application of multistage stochastic programming in strategic telecommunication network planning*

Mittwoch, 21. September

Algebra und Topologie: im Raum S 65

09 : 00 – 09 : 30	Grischa Studzinski: *Dimension computations in non-commutative associative algebras*
09 : 30 – 10 : 00	Tilemachos Vassias: *Kohomologische Invarianten modularer Gruppenalgebren*
Pause	
11 : 00 – 11 : 30	Max Dörner: *Planare Kontaktstrukturen, Giroux-Torsion und die Weinstein-Vermutung*
11 : 30 – 12 : 00	Christopher Wulff: *Bordismusinvarianz des Grobindex*

Geometrie: im Raum S 69

09 : 00 – 09 : 30	Felix Günther: *Isometry groups of Lorentzian manifolds of finite volume and the local geometry of compact homogeneous Lorentz spaces*
09 : 30 – 10 : 00	Clemens Jörder: *Deformation von Morphismen*
Pause	
11 : 00 – 11 : 30	Nikolai Nowaczyk: *Der de Rham-Isomorphismus und die L_p-Kohomologie nichtkompakter Riemannscher Mannigfaltigkeiten*
11 : 30 – 12 : 00	Anja Randecker: *Dreiecksgruppen, die als Veechgruppen auftreten*

Analysis: im Raum S 73

09 : 00 – 09 : 30	Heiko Hoffmann: *Normierte Algebren differenzierbarer Funktionen*
09 : 30 – 10 : 00	Philipp Kunde: *Kombinatorische Konstruktionen in Ergodentheorie und Dynamischen Systemen*
Pause	
11 : 00 – 11 : 30	Tobias Mai: *Zur Theorie der Faberpolynome*
11 : 30 – 12 : 00	Felix Pogorzelski: *Ergodensätze für mittelbare Gruppen*

Zusammenfassungen

— in alphabetischer Reihenfolge der Nachnamen

Algorithms for the computation of Sato's b-functions in algebraic D-module theory (Daniel Andres)

Die Arbeit beschäftigt sich mit algorithmischen Aspekten der algebraischen D-Modultheorie. Hierbei bezeichnet D die Weylalgebra, d.h. den (nicht-kommutativen) Ring linearer partieller Differentialoperatoren mit polynomiellen Koeffizienten über einem Körper der Charakteristik Null.

Von besonderem Interesse ist das sogenannte Bernstein-Sato-Polynom, bzw. das allgemeinere Konzept von b-Funktionen, da diese eine wichtige Rolle in vielen Anwendungen spielen, wie z.B. bei der Berechnung des Annihilators von (komplexwertigen) Polynompotenzen, sowie bei Restriktion, Integration oder auch Lokalisierung.

Wichtige Hilfsmittel sowohl theoretischer als auch praktischer Art sind dabei Gröbnerbasen in nicht-kommutativen polynomiellen Algebren, Gel'fand–Kirilov-Dimension, gewichtete Homogenisierung, sowie die Berechnung des Schnittes eines Linksideals mit einer univariaten Unteralgebra. Insbesondere wird für letzteres ein Algorithmus angegeben, der ohne die Standardtechnik der Elimination mittels Gröbnerbasen auskommt.

Alle verwendeten Algorithmen wurden im Computeralgebrasystem SINGULAR:PLURAL implementiert und sind Teil dessen Distribution.

Des Weiteren enthält die Arbeit Vergleiche der entwickelten Implementierungen mit den bestehenden in den Computeralgebrasystemen RISA/ASIR und MACAULAY2, wobei erstere oftmals besser abschneidet.

Beinahe $\mathcal{D}$-zerfallende Sequenzen und derivierte Äquivalenzen (Inga Benner)

In ihrem paper *$\mathcal{D}$-split sequences and derived equivalences* (ehemals *almost* $\mathcal{D}$-split sequences and derived equivalences) stellen Wei Hu und Changchang Xi eine Verbindung zwischen Auslander-Reiten-Sequenzen und derivierten Äquivalenzen her. Auslander-Reiten-Sequenzen werden verallgemeinert zu (beinahe) $\mathcal{D}$-zerfallenden Sequenzen $X \to D_1 \to ... \to D_n \to Y$ mit D_i in $\mathcal{D} = add(D)$. Aus diesen wird dann die derivierte Äquivalenz der Endomorphismenringe $End(X \oplus D)$ und $End(D \oplus Y)$ gefolgert. Damit kann man die Suche nach einem Kippkomplex umgehen, indem man stattdessen diese Art von Sequenzen konstruiert.

In meiner Diplomarbeit habe ich dieses Ergebnis ringtheoretisiert: In einem unitären Ring R mit paarweise orthogonalen Idempotenten e, f, g mit $1 = e + g + f$ betrachte ich exakte Sequenzen $0 \to (e+g)Re \to (e+g)Rg_1 \to ... \to (e+g)Rg_n \to (e+g)Rf$ und $0 \to fR(f+g) \to g_nR(f+g) \to ... \to g_1R(f+g) \to eR(f+g)$, wobei die Abbildungen durch Links- bzw Rechtsmultiplikation mit passenden Elementen gegeben sind, so dass diese den Links- bzw Rechts-$add(D)$-Approximationen der $add(D)$-zerfallenden Sequenzen entsprechen. Dadurch erhält man die derivierte Äquivalenz der Ringe $(e+g)R(e+g)$ und $(f+g)R(f+g)$. Setzt man $R = End(X \oplus D \oplus Y)$ und e, f und g seien die jeweiligen Projektionen auf X, Y und D, so sind die ringtheoretische und die modultheoretische Version äquivalent.

Die Herleitung der ringtheoretischen Version ist zwar sehr technisch, doch es ergeben sich sehr anschauliche Ergebnisse, beispielsweise bei Köchern.

Planare Kontaktstrukturen, Giroux-Torsion und die Weinstein-Vermutung (Max Dörner)

In der klassischen Mechanik betrachtet man Hamiltonsche Systeme, in denen die Bewegungen von Teilchen durch das Hamiltonsche Vektorfeld beschrieben werden. Dabei spielen geschlossene Bahnen eine wichtige Rolle, da sie ein Gerüst der der Dynamik des Systems bilden. Schränkt man das Hamiltonsche Vektorfeld auf eine Energiehyperfläche eines bestimmten Typs ein, so korrespondiert diese mit einem sogenannten Reeb-Vektorfeld auf der Hyperfläche selbst, welches in natürlicher Weise einer Kontaktstruktur zugeordnet ist.

Diese Arbeit widmet sich dem Beweis der Existenz geschlossener Bahnen solcher Reeb-Vektorfelder, sofern gewisse geometrische Bedingungen erfüllt sind. Dabei findet die Theorie holomorpher Kurven Anwendung in ähnlicher Weise wie in der Arbeit *Pseudoholomorphic curves in symplectizations with applications to the Weinstein conjecture in dimension three* von H. Hofer. Im erstem Teil der Arbeit beschäftigen wir uns zunächst mit Kontaktmannigfaltigkeiten, welche eine nichtverschwindende Giroux-Torsion aufweisen. Dabei beweisen wir dem Artikel *Four-dimensional symplectic cobordisms containing three-handles* von D. Gay folgend, dass für die Kontaktmannigfaltigkeit eine Kappe existiert, welche eine symplektisch eingebettete Sphäre mit nichtnegativer Selbstschnittzahl enthält, und erweitern daneben einige Ergebnisse dieses Artikels. Die Existenz einer solchen Kappe zeigen wir zudem für planare Kontaktmannigfaltigkeiten mittels der Methoden aus dem Artikel *Planar open book decompositions and contact structures* von J. Etnyre. Im zweiten Teil der Arbeit zeigen wir, dass man durch Ankleben einer solchen Kappe an einen symplektischen Kobordismus die Existenz einer geschlossenen Reeb- Bahn im negativen Ende des Kobordismuses garantieren kann. Dazu zeigen wir, dass uns die Existenz der Sphäre im Resultat des Verklebens ermöglicht einzurichten, dass ein gewisser Modulraum holomopher Kurven nicht leer ist. Von diesem Modulraum zeigen wir daraufhin, dass sein Bild im symplektischen Kobordismus nicht beschränkt ist. Dies erlaubt uns schließlich mittels einer Variante der Gromov-Hofer-Kompaktheit zu zeigen, dass der Modulraum eine Folge holomorpher Kurven enthält, welche asymptotisch gegen einen holomorphen Zylinder über einer geschlossenen Reeb-Bahn im negativen Ende konvergiert.

On the spectral representation of Lévy and multivariate CARMA processes and related mixing properties (Florian Fuchs)

Continuous time autoregressive moving average (CARMA) processes are the continuous time analog of the well-known (discrete time) ARMA processes. In practice multivariate models are used in many applications in order to take account of the joint behavior of several time series. The multivariate version of the CARMA process (MCARMA) was introduced by Marquardt and Stelzer (2007).

For the analysis of many statistical and probabilistic problems in conjunction with various stochastic processes, an important tool is often provided by the spectral representations of these processes. However, in Marquardt et al. (2007) a spectral representation of MCARMA processes is only obtained under the assumption that the driving Lévy process has finite second moments. On the contrary, there are important applications where it seems to be adequate to relax that assumption, see, e.g., Garcia et al. (2010) where a stable CARMA$(2, 1)$ model is fitted to spot prices from the Singapore New Electricity Market.

The main objective of this diploma thesis is the extension of the spectral representation of multivariate CARMA processes to the case when the driving Lévy process has infinite second moment, but is regularly varying with index between one and two and to study properties of the corresponding random noise in detail. In this connection it is shown that the random noise inherits moments exactly and always has a Lévy measure around zero with infinite activity. Moreover, if the underlying Lévy process has a moment generating function in a neighborhood of zero then so does its corresponding noise.

In the last chapter of this thesis, we establish the multivariate generalizations of well known mixing conditions for univariate infinitely divisible processes and apply them to MCARMA processes.

García, I., Klüppelberg, C., and Müller, G. Estimation of stable CARMA models with an application to electricity spot prices. Statistical Modelling, to appear, available from http://www-m4.ma.tum.de/Papers, 2010.

Marquardt, T., and Stelzer, R. Multivariate CARMA processes. *Stochastic Process. Appl. 117* (2007), 96–120.

Generisches Branch-Cut-and-Price (Gerald Gamrath)

Branch-and-Price-Algorithmen sind ein weit verbreiteter und sehr effektiver Ansatz, um große und sehr schwere kombinatorische Optimierungsprobleme zu lösen. Problemspezifische Implementierungen dieser Methode werden seit über 25 Jahren angewandt, seit kurzer Zeit gibt es auch eine Entwicklung hin zu generischen Branch-and-Price-Lösern. Ein solcher ist der in der Arbeit behandelte Löser `GCG`, d er zusätzlich das Konzept der Schnittebenen in den generischen Branch-and-Price-Ansatz integriert.

Zunächst wird die Dantzig-Wolfe-Dekomposition für gemischt-ganzzahlige Programme (MIPs) präsentiert, die die Grundlage für den generischen Ansatz bildet, sowie der allgemeine Lösungsablauf des Lösers `GCG` beschrieben. Dieser führt für eine gegebene Struktur eine automatische Dekomposition durch und löst im Anschluß sowohl das originale als auch das reformulierte Problem simultan.

Im weiteren Verlauf der Arbeit werden die wichtigsten Bestandteile von `GCG` behandelt: der Spaltengenerierungsprozess, der Branching-Prozess und die Schnittebenengenerierung. Zu jedem dieser Themen wird zunächst ein Überblick der zugrunde liegenden Theorie präsentiert, bevor implementatorische Entscheidungen dargelegt und Ergebnissen der Testrechnungen präsentiert und ausgewertet werden.

Des Weiteren wird der Effekt einiger weiterer Methoden untersucht, die den Lösungsprozess beschleunigen sollen, z.B. Pseudokosten und das frühzeitige Beenden der Spaltengenerierung. Außerdem wird gezeigt, welchen Einfluss eine Anpassung der Algorithmen an das Problem haben kann.

Der abschließende Vergleich zeigt, dass der generische Ansatz für gut strukturierte Probleme bessere Ergebnisse als ein aktueller Branch-and-Cut-basierter MIP-Löser erzielt. Wir sehen dies als Motivation, diesen Ansatz in Zukunft weiter zu verfolgen und den generischen Branch-Cut-and-Price Löser `GCG` weiter auszubauen.

Berechnung sphärischer Mittelwerte (Torsten Görner)

Moderne bildgebende Verfahren wie die Computertomographie oder die photoakustische Tomographie sind aus der biomedizinischen Forschung nicht mehr wegzudenken. Während die gewöhnliche Radontransformation ein Modell der zweidimensionalen Computertomographie ist, untersuchen wir die sphärische Radontransformation oder mit anderen Worten den sphärischen Mittelwertoperator, welcher unter passenden Zusatzannahmen ein geeignetes Modell für die dreidimensionale photoakustische Tomographie ist. Wir betrachten die folgende Aufgabenstellung. Für stetige Funktionen $f : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$ definieren wir den sphärischen Mittelwertoperator $M : C(\mathbb{R}^d) \to C(\mathbb{R}^d \times \mathbb{R})$ durch

$$Mf(\mathbf{y}, r) := \frac{1}{\omega_{d-1}} \int\limits_{\mathbb{S}^{d-1}} f(\mathbf{y} + r\mathbf{x}) \mathrm{d}\sigma(\mathbf{x}).$$

Dieser Operator ordnet Funktionen ihre Mittelwerte über $(d-1)$-dimensionalen Sphären $\mathbb{S}^{d-1} := \left\{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d : \|\mathbf{x}\|_2 = 1\right\}$ zu. Unser Ziel ist die Herleitung und Bewertung verschiedener Möglichkeiten zur effizienten und approximativen Berechnung der Mittelwerte von stetigen Funktionen $f : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}$, die durch Abtastwerte auf einem Gitter gegeben sind. Eine naheliegende Variante ist die Verwendung einer Quadraturformel zur numerischen Lösung des Integrals, wobei wir die Funktion f durch eine Treppenfunktion approximieren. Schwerpunkt dieser Arbeit ist eine weitere Variante, die wir mit Mitteln der Fourieranalysis entwickeln. Dabei verwenden wir als zentrale Aussage, dass die Mittelwerte einer Fourierreihe durch Multiplikation der Fourierkoeffizienten mit Besselfunktionen berechnet werden können, das heiš̈s t es gilt

$$Mf(\mathbf{y}, r) = \sum_{\mathbf{z} \in \mathbb{Z}^d} \hat{f}_{\mathbf{z}} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right) \mathcal{J}_{\frac{d}{2}-1}\left(2\pi r |\mathbf{z}|\right)}{(\pi r |\mathbf{z}|)^{\frac{d}{2}-1}} \cdot \mathrm{e}^{2\pi \mathrm{i} \mathbf{z} \cdot \mathbf{y}}, \quad f(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{z} \in \mathbb{Z}^d} \hat{f}_{\mathbf{z}} \mathrm{e}^{2\pi \mathrm{i} \mathbf{z} \cdot \mathbf{x}}, \quad \hat{f}_{\mathbf{z}} \in \mathbb{C}.$$

Um eine solche Reihendarstellung zu erhalten, approximieren wir die Funktion durch ihre trigonometrische Interpolante, deren Koeffizienten uns die diskrete Fouriertransformation liefert. Eine effiziente Implementierung der Berechnung sphärischer Mittelwerte kann durch Verwendung der nichtäquidistanten FFT oder der Sparse FFT erhalten werden. Im letzten Teil der Arbeit vergleichen wir die hergeleiteten Algorithmen bezüglich ihrer Approximationsgüte und Laufzeiten. Dazu nutzen wir Ergebnisse aus theoretischen Betrachtungen und zahlreichen numerischen Tests.

J. Keiner, S. Kunis, D. Potts (2009). Using NFFT3 — a Software Library for Various Nonequispaced Fast Fourier Transforms. *ACM Trans. Math. Software*, **36**(4), 19:1–19:30.

S.Kunis, I.Melzer (2011). On the butterfly sparse Fourier transform. Preprint.

Lexing Ying (2009). Sparse Fourier transform via butterfly algorithm. *SIAM J. Sci. Comput.*, **31**(3), 1678–1694.

Isometry groups of Lorentzian manifolds of finite volume and the local geometry of compact homogeneous Lorentz spaces (Felix Günther)

In dieser Diplomarbeit klassifizieren wir die Lie-Gruppen, die isometrisch und lokal effektiv auf Lorentz-Mannigfaltigkeiten endlichen Volumens wirken, und liefern eine ausführliche Beschreibung kompakter homogener Lorentz-Räume, deren Isometriegruppen keine kompakten Zusammenhangskomponenten besitzen.

Basierend auf Arbeiten von S. Adams und G. Stuck (Inventiones Math. 129, 1997) sowie A. Zeghib (Geom. & Top. Mon. 1, 1998) zeigen wir, dass die Lie-Algebra einer Lie-Gruppe, die isometrisch und lokal effektiv auf einer Lorentz- Mannigfaltigkeit (M, g) endlichen Volumens wirkt, sich in die direkte Summe $\mathfrak{k} \oplus \mathfrak{a} \oplus \mathfrak{s}$ zerlegt, wobei $\mathfrak{k}$ kompakt halbeinfach, $\mathfrak{a}$ abelsch und $\mathfrak{s}$ entweder trivial oder isomorph zur 2-dimensionalen affinen Algebra $\mathfrak{aff}(\mathbb{R})$, zur 2-dimensionalen speziellen Algebra $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{R})$, zur $(2d+1)$-dimensionalen Heisenbergalgebra $\mathfrak{he}_d$ oder zu einer $(2d+2)$-dimensionalen getwisteten Heisenbergalgebra $\mathfrak{he}_d^\lambda$ ist. Die von $\mathfrak{s}$ erzeugte Gruppe wirkt dabei lokal frei auf M.

Ist M kompakt und entweder $\mathfrak{s} \cong \mathfrak{sl}_2(\mathbb{R})$ oder $\mathfrak{s} \cong \mathfrak{he}_d^\lambda$, so geben wir auch die geometrische und topologische Struktur von (M, g) an. Dies erlaubt eine Beschreibung der Struktur von kompakten homogenen Lorentz-Räumen, deren Isometriegruppen keine kompakten Zusammenhangskomponenten besitzen.

Wir zeigen, dass jeder kompakte homogene Lorentz-Raum reduktiv ist und im Falle nicht-kompakter Zusammenhangskomponenten seiner Isometriegruppe geben wir eine Zerlegung der Isotropiedarstellung in irreduzible bzw. schwach-irreduzible Summanden an. Allgemein berechnen wir die Krümmungen und in Spezialfällen auch die Holonomiealgebra. Eine wichtige Folgerung unserer Untersuchungen ist, dass jede Ricci-flache kompakte homogene Lorentz-Mannigfaltigkeit flach oder s eine Isometriegruppe kompakt ist.

Minimum cost hyperassignments (Olga Heismann)

Die Zugumlaufplanung ist ein fundamentales Problem im Schienenpersonenverkehr. Ihre Aufgabe ist die Zuordnung von Fahrzeugen zu Fahrten eines wöchentlichen Fahrplans. Dabei ist die sogenannte Gleichförmigkeit zu bercksichtigen. Diese Aufgabe kann als Hyperzuordnungsproblem formuliert werden. Bei Hyperzuordnungen handelt es sich um eine neuartige Verallgemeinerung des bekannten kombinatorischen Konzepts von Zuordnungen. Die Masterarbeit entwickelt eine mathematische Theorie der Hyperzuordnungen zur Berechnung gleichförmiger Zugumläufe.

Dazu werden Hyperzuordnungen im Allgemeinen und für spezielle Problemklassen, die durch die praktische Anwendung, in unserem Fall die ICE/IC-Umlaufplanung, motiviert sind, untersucht. Es wird gezeigt, dass das Hyperzuordnungsproblem — das Finden einer Hyperzuordnung mit minimalen Kosten — $\mathcal{NP}$-schwer ist, d. h., nach aktuellem Stand der Forschung, nicht effizient gelöst werden kann, und dass eine direkte Formulierung als ganzzahliges lineares Programm (ILP) zu groen Abständen zwischen dem ganzzahligen Optimum und dem Optimum der LP-Relaxierung, dem linearen Programm ohne der Ganzzahligkeitsbedingung, führt. Deshalb wird eine alternative Formulierung als ganzzahliges lineares Programm in Form einer sogenannten Extended Formulation vorgestellt, die den Abstand zwischen LP- und ILP-Optimalwert beweisbar verkleinert und u. a. alle Cliquenungleichungen impliziert. Diese Formulierung lässt sich mit Hilfe eines Spaltenerzeugungsverfahrens lösen. Es wird das zugehörige Pricing-Problem untersucht und für die aus Anwendungssicht relevanten Flle werden schnelle Algorithmen entwickelt.

Normierte Algebren differenzierbarer Funktionen (Heiko Hoffmann)

Ist $\emptyset \neq K \subseteq \mathbb{C}$ kompakt und perfekt, $z_0 \in K$ und $f : K \to \mathbb{C}$ eine Funktion auf K, so heißt f in z_0 differenzierbar, falls der Grenzwert $f'(z_0) := \lim_{K\setminus\{z_0\}\ni z\to z_0} \frac{f(z)-f(z_0)}{z-z_0}$ existiert. Auf naheliegende Weise definiert man nun den Begriff einer auf K stetig differenzierbaren Funktion. Die Menge $\mathcal{D}^1(K)$ dieser Funktionen bildet dann ausgestattet mit den üblichen punktweise gebildeten algebraischen Operationen eine unitale $\mathbb{C}$-Algebra, welche versehen mit der durch $\|f\|_{\mathcal{D}^1(K)} := \|f\|_K + \|f'\|_K$ ($\|\cdot\|_K$ die Supremumsnorm auf K) gegebenen Norm zu einer normierten Algebra wird. Für den Fall eines kompakten Intervalls ist es eine wohlbekannte Tatsache, dass diese Algebra vollständig ist. Allerdings trifft dies im allgemeinen nicht mehr zu. Betrachtet man in einer solchen Situation die Vervollständigung, so muss man leider feststellen, dass diese nicht halbeinfach zu sein braucht, d.h. sie lässt sich nicht als eine Banachfunktionenalgebra über K auffassen. Damit ergibt sich die Frage nach hinreichenden respektive notwendigen Bedingungen für die Vollständigkeit von $\mathcal{D}^1(K)$ bzw. für eine halbeinfache Vervollständigung. Diese Aufgabe bildete nebst den Arbeiten [1] und [2] den Ausgangspunkt meiner Masterarbeit. Anders als jedoch in [1] und [2] ging ich dieses Problem weniger von Seiten der Theorie der Funktionenalgebren an, sondern nahm einen natürlichen operatortheoretischen Standpunkt ein, indem ich den Ableitungsoperator $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z} : \mathcal{D}^1(K) \to \mathcal{C}(K);\ f \mapsto f'$ einer genaueren Untersuchung unterzog. Bei der Frage nach halbeinfachen Vervollständigungen führte dies u.a. zu einer maßtheoretischen

Charakterisierung für die Existenz einer halbeinfachen Vervollständigung sowie zu einem alternativen Beweis eines erstmals in [1] bewiesenen hinreichenden Kriteriums, von dem außerdem gezeigt werden konnte, dass es im Falle $K \subseteq \Gamma$, wobei Γ ein rektifizierbarer Jordanbogen ist, auch notwendig ist. Hinsichtlich der Frage nach der Vollständigkeit von $\mathcal{D}^1(K)$ konnte eine Vermutung aus [1] erstmals auch für gewisse nicht polynomial- konvexe Kompakta (also Kompakta mit "Löchern") nachgewiesen werden. Ferner wurde eine neue Charakterisierung der Vollständigkeit gefunden: Vollständigkeit liegt genau dann vor, wenn $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}$ ein abgeschlossener Semi-Fredholmoperator mit endlich-dimensionalem Kern ist. Diese Charakterisierung hat einige interessante Konsequenzen. Man erhält u.a. für große Klassen von Kompakta vereinfachte Charakterisierungen der Vollständigkeit. Des Weiteren führten diese Überlegungen zu einem funktionentheoretischen F ortsetzungssatz, der es zum einen erlaubt, eine in [1] aufgeworfene Frage zu beantworten, und der es zum anderen ermöglicht, unter allen Kompakta K, welche von einer Jordankurve berandet werden und für welche $\mathcal{D}^1(K)$ vollständig ist, genau diejenigen zu identifizieren, die sich durch eine stetig differenzierbare Bijektion mit stetig differenzierbarer Umkehrabbildung auf die abgeschlossene Einheitskreisscheibe abbilden lassen; dies ist nämlich genau dann möglich, wenn es eine biholomorphe Abbildung von der offenen Einheitskreisscheibe auf das Innere von K gibt, deren Ableitung stetig und nullstellenfrei auf die abgeschlossene Einheitskreisscheibe fortsetzbar ist.

[1] J. Bland and J. F. Feinstein, *Completions of normed algebras of differentiable functions.* Studia Math. **170**, no. 1, 2005, pp. 89–111.

[2] H. G. Dales and J. F. Feinstein, *Normed algebras of differentiable functions on compact plane sets.* Indian J. Pure Appl. Math. **41**, no. 1, 2010, pp. 153–187.

Some arithmetic problems related to cyclic quotient singularities and the Hodge conjecture on Fermat hypersurfaces (Johannes Hofscheier)

Seien d, n natürliche Zahlen. Man bestimme alle d-Tupel $(a_1, \ldots, a_d)$, welche die folgende arithmetische Gleichung erfüllen

$$\sum_{i=1}^{d} \left\{ \frac{ta_i}{n} \right\} = \frac{d}{2} \quad \forall t = 1, \ldots, n-1,$$

wobei $\{x\} := x - \lfloor x \rfloor$ für $\lfloor x \rfloor$ die größte ganze Zahl, welche kleiner oder gleich x ist.

Dieses arithmetische Problem wird in dieser Arbeit untersucht und seine Anwendungen in der Konvexgeometrie, der Hodgetheorie und der Klassifikation zyklischer Quotientensingularitäten werden diskutiert.

Konvexgeometrie: Ein Gitterpolytop Δ in $\mathbb{R}^n$ ist die konvexe Hülle endlich vieler ganzzahliger Punkte. Ein berühmter Satz von G. K. White liefert eine vollständige Klassifikation aller 3-dimensionalen Gitterpolytope Δ in $\mathbb{R}3$ mit $h^*_\Delta = 1 + a_2t2$, wobei h^*_Δ das sogenannte h^*-Polynom von Δ ist. Dieses Ergebnis wird für $(2d-1)$-dimensionale Gitterpolytope Δ' in $\mathbb{R}^{2d-1}$ mit $h^*_{\Delta'} = 1 + a_d t^d$ verallgemeinert.

Hodgetheorie: Den Arbeiten von Shioda, Aoki u. a. folgend, wird die Hodgezerlegung der Fermathyperflächen $X^{2n}_m := \{X^m_0 + \ldots + X^m_{2n+1} = 0\} \subset \mathbb{P}^{2n+1}$ vermöge der Eigenraumzerlegung einer Operation der endlichen Gruppe μ^{2n+2}_m/Δ auf X^{2n}_m bestimmt, wobei μ_m die Gruppe der m-ten Einheitswurzeln und $\mu_m \cong \Delta \subset \mu^{2n+2}_m$ die diagonale Untergruppe bezeichnet. Wenn m eine Primzahl ist, reduziert sich diese Berechnung auf das arithmetische Problem von oben. Schließlich wird gezeigt, dass $H^{n,n}(X^{2n}_m, \mathbb{Q})$ (m prim) von den algebraischen Zykeln auf X^{2n}_m erzeugt wird.

Zyklische Quotientensingularitäten: Die Gruppe μ_ℓ, der ℓ-ten Einheitswurzeln, operiere linear auf $\mathbb{C}^d$. Der Quotient $X := \mathbb{C}^d/\mu_\ell$ wird zyklische Quotientensingularität genannt. Diese Varietäten spielen eine große Rolle bei der Klassifikation algebraischer Varietäten bis auf birationale Isomorphie ab Dimension

3. Ihnen ordnet man eine birationale Invariante, die minimal log-Diskrepanz ($\mathrm{mld}(X)$), zu. In dieser Arbeit wird eine vollständige Klassifikation aller isolierten zyklischen Quotientensingularitäten $X = \mathbb{C}^{2d}/\mu_\ell$ mit $\mathrm{mld}(X) \geq d$ angegeben. Darüberhinaus wird eine Vermutung von A. Borisov über die Gestalt der Quotientensingularität $X = \mathbb{C}^d/\mu_\ell$ für genügend großes $\mathrm{mld}(X)$ und d diskutiert.

Deformation von Morphismen (Clemens Jörder)

Die Arbeit beschäftigt sich mit der Existenz von Deformationen der Einbettung $f : Y \to X$ einer kompakten Untermannigfaltigkeit Y in eine komplexe Mannigfaltigkeit X, d. h. es werden Familien

$$f_t : Y \to X$$

von holomorphen Abbildungen gesucht, die holomorph von einem komplexen Parameter t abhängen und $f_0 = f$ erfüllen. Mittels Ableiten liefert jede Deformation $f_t : Y \to X$ eine infinitesimale Deformation, also einen globalen Schnitt des Rückzuges des Tangentialbündels:

$$\sigma = \frac{d}{dt} f_t\big|_{t=0} \in H^0(Y, f^*(T_X)).$$

Die Frage nach der Deformierbarkeit stellt sich nun folgendermaßen: Kann jede infinitesimale Deformation σ zu einer Deformation f_t geliftet werden? Im allgemeinen ist die Antwort *negativ*. Allerdings gibt es hinreichende K riterien für die Deformierbarkeit, die im Verschwinden sogenannter *Obstruktionsgruppen* bestehen.

In der Diplomarbeit wird eine solche Obstruktionsgruppe u. a. im symplektischen Fall herausgearbeitet: Ist X eine komplex-symplektische Mannigfaltigkeit, so sei $T_Y^\perp \subset f^*(T_X)$ das zu $T_Y \subset f^*(T_X)$ bezüglich der symplektischen Form orthogonale Untervektorbündel. Verschwindet die erste Garbenkohomologie dieses Vektorbündels, d. h. gilt $H^1(Y, T_Y^\perp) = 0$, dann kann f entlang jedem σ deformiert werden. Die Beweisidee besteht darin, die Deformation von f lokal durch den Fluss passend gewählter zeitabhängiger Hamiltonscher Vektorfelder zu definieren. Beim Übergang von der lokalen zur globalen Lösung wird die Kohomologieverschwindung v erwendet.

Konstruktion und Simulation eines Mathematischen Rahmenmodells Biologischer Kommunikation mittels Dynamischer Systeme (Markus Knappitsch)

Kommunikation ist ein zentrales Konzept in der theoretischen Biologie, das erheblich zum Verständnis zahlreicher biologischer Ordnungsphänomene beiträgt. Zeichenvermittelte Interaktionen zwischen Zellen, Organen und Organismen regulieren sowohl die Dynamik als auch die räumliche Organisation von Kollektiven verschiendenster Art. Der Analyse derartiger Komunikationsprozesse im Rahmen einer geeigneten Informationstheorie kommt daher eine zentrale Rolle beim Verständnis biologischer Ordnungs- und Organisationsphñomene zu [1,2,3]. Üblicherweise entstammt die zugrundeliegende Informationstheorie C. E. Shannons Arbeit *A Mathematical Theory of Communication* von 1948 [4]. Die statistisch-syntaktische Natur dieses Informationsbegriffes erweist sich allerdings als Defizit bei der Anwendung auf zahlreiche Probleme der Biologie, da sowohl die Wirkung einer Botschaft auf den Empfänger als auch dynamische Aspekte des Kommunikationsprozesses vernachlässigt werden. Ein alternatives Konzept von Information, welches die Ebenen von Pragmatik und Dynamik mit einbezieht, ist daher wünschenswert und nötig. Dennoch wurde dessen Möglichkeit bisher bestritten — der Bedeutungsgehalt einer Botschaft fr einen Organismus sei der Mathematik nicht zugänglich.

In meiner Diplomarbeit habe ich über einen dynamische Systeme Ansatz zunächst ein mathematisches Rahmenmodell elementarer biologischer Kommunikationsprozesse konzipiert, welches als Grundlage für die Konstruktion der sogenannten dynamischen Information [1] dient. Das Konzept der dynamischen Information macht es dann möglich, die Wirkung einer Botschaft auf den Empfänger auch mathematisch zu handhaben, und bietet damit eine erste Móglichkeit, die Bedeutung einer Nachricht quantitativ zu bemessen. Aus mathematischer Sicht entspricht dies einem Brückenschlag zwischen der Theorie nichtlinearer dynamischer Systeme mit Input und Output und der Shannon'schen Informationstheorie hin zu einer *dynamischen Informationstheorie.*

Illustrierende Modelle zur Aufgabenteilung in Ameisenstaaten, zur Trophallaxis-basierten Kommunikation in Bienenvölkern und zur Selbstorganisation von Dominanzhierarchien in Primatenherden runden die Arbeit ab, und zeigen die praktische Nutzbarkeit der neuen Konzepte fr die Biologie.

[1] M.P. Knappitsch. Konstruktion und Simulation eines mathematischen Rahmenmodells biologischer Kommunikation, Bonner Mathematische Schriften, Bd. 402 (2010), 1–126

[2] R. M. Seyfarth, D. L. Cheney, T. Bergman, J. Fischer, K. Zuberbühler, K. Hammerschmidt. The central importance of information in studies of animal communication, Animal Behaviour, 80 (2010), 3–8.

[3] D. Rendall, M. J. Owren, M. J.Ryan. What do animal signs mean?, Animal Behaviour, 78, 233–240.

[4] C.E. Shannon, A Mathematical Theory of Communication, Bell System Technical Journal, 27, 379–423.

Kombinatorische Konstruktionen in Ergodentheorie und Dynamischen Systemen (Philipp Kunde)

Eine zentrale Rolle in dieser Diplomarbeit spielt die "Konstruktion durch Konjugation"-Methode von D.V. Anosov und A. Katok. Hierbei erzeugt man anschaulich gesprochen durch geschickte Wahl von Parametern sukzessive eine Folge von Konjugationsabbildungen so, dass die Konjugation eines betrachteten festen Diffeomorphismus, der zu einer Kreisoperation gehört, gegen eine Abbildung mit angestrebten Eigenschaften konvergiert. Mit ihrer Hilfe kann man beispielweise Diffeomorphismen mit verschiedenen ergodischen Eigenschaften, deren Existenz zuvor unbekannt war, und glatte Versionen von maßerhaltenden Abbildungen konstruieren. Des Weiteren ist man in der Lage, Aussagen über die Generizität von konstruierten Eigenschaften zu treffen.
Als neue Anwendung dieser Methode wird in dieser Diplomarbeit gezeigt, dass auf jeder m-dimensionalen glatten kompakten und zusammenhängenden Mannigfaltigkeit M mit $m \geq 2$ und einer nichttrivialen Kreisoperation $\mathcal{S} = \{S_t\}_{t\in\mathbb{R}}$, $S_{t+1} = S_t$, für die ein glattes Volumen ν invariant ist, für $\alpha \in \mathbb{R}$ Liouvillesch die Menge der schwach mischenden Diffeomorphismen auf M generisch in der C^∞-Topologie in $\overline{\{h \circ S_\alpha \circ h^{-1} \ : h \in \mathrm{Diff}^\infty(M,\nu)\}}^{C^\infty}$ ist.
Diese Aussage wurde 2005 von Maria Saprykina und Bassam Fayad in ihrem Paper *Weak mixing disc and annulus diffeomorphisms with arbitrary Liouville rotation number on the boundary* formuliert, jedoch nur im Zweidimensionalen bewiesen. In dieser Diplomarbeit werden daher vom Verfasser Folgen von partiellen Partitionen von M und von Konjugationsabbildungen konstruiert, die sich erheblich von den bisherigen Konstruktionen bei der Anosov-Katok-Methode unterscheiden. Mit Hilfe dieser neuen Konstruktionen wird schließlich die Aussage bewiesen.

Hierarchical Bayesian Approaches to the Inverse Problem of EEG/MEG Current Density Reconstruction (Felix Lucka)

My thesis deals with the *inverse problem of EEG/MEG source reconstruction*: The estimation of the brain activity related ion currents by measuring the induced electromagnetic fields outside the skull is a challenging mathematical inverse problem, as the number of free parameters within the corresponding forward model is much larger than the number of measurements. Additionally, the problem is *ill-conditioned* due to the smoothing propagation characteristics of the fields through the human tissue. The thesis is devoted to a special class of statistical models to overcome both obstacles: *Hierarchical Bayesian modeling* (*HBM*) emerged as a unifying framework for *current density reconstruction* (*CDR*) approaches comprising most established methods as well as offering promising new methods. To cover this topic comprehensively, the thesis consists of four main parts: The first part introduces the mathematical modeling and challenges of bioelectromagnetism while the second part gives a theoretical introduction and examination of HBM. In addition, a minor focus is on the connections between Bayesian inference and *regularization* approaches for inverse problems. The third part discusses the algorithmical aspects of the implementation of *fully-Bayesian MAP* (*maximum a-posterior*) and *CM* (*conditional mean*) inference methods for HBM. A focus of interest is on a certain class of algorithms that are based on *alternated conditional walks* through the parameter space: They can either be arranged to yield a *Markov chain Monte Carlo* (*MCMC*) scheme for CM estimation, or a cyclic, gradient-based optimization scheme for MAP estimation. Finally, the fourth part of the thesis covers the practical use and performance of these inference methods for source configurations consisting of few, focal sources when used with realistic, high resolution *Finite Element* (*FE*) models of the human head. The main foci of interest in the simulation studies are the right depth localization, a well known systematic error of many CDR methods, and the separation of single sources in multiple-source scenarios. Both aspects are very important in clinical applications, e.g., in presurgical epilepsy diagnosis. To assess the performance of the inverse methods in complex source scenarios, *Wasserstein distances* are introduces to overcome the limitations of commonly used validation measures.
The results of our simulation studies show, that HBM is a promising framework for these tasks, which is able to improve upon established CDR methods in many aspects. In particular, two of the methods first proposed in this thesis outperform the established ones in every aspect examined. For challenging multiple-source scenarios where the established methods show crucial errors, promising results are attained. In addition, Wasserstein distances turn out to be valuable tool to measure the performance of inverse methods in complex source scenarios.

Zur Theorie der Faberpolynome (Tobias Mai)

G. Faber verallgemeinerte 1903 das Konzept der Potenzreihenentwicklung holomorpher Funktionen von abgeschlossenen Kreisscheiben auf allgemeinere Kompakta K, indem er holomorphe Funktionen nicht mehr nur nach Polynomfamilien der Gestalt $((z - z_0)^n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ sondern nach einer an das Kompaktum K angepassten Familie $(F_n^K)_{n \in \mathbb{N}_0}$ von normierten holomorphen Polynomen, den später nach ihm benannten *Faberpolynomen*, entwickelte. In meiner Masterarbeit werden auf Grundlage der Theorie Riemannscher Flächen (deren Verwendung einige der sonst üblichen ad-hoc-Konstruktionen klarer macht) die Konstruktion und einige grundlegende Eigenschaften der Faberpolynome präsentiert. Dabei gelingt es an einigen Stellen, gängige Argumentationsweisen (wie etwa den Einfluss der Geometrie des Kompaktums auf die algebraischen Eigenschaften der Faberpolynome) zu systematisieren. Konkret werden die Faberpolynome etwa zur klassischen Lemniskaten $K = \{z \in \mathbb{C};\ |z2 - 1| \leq 1\}$ berechnet, womit deren bei Faber angegebene explizite Darstellung korrigiert werden kann.
Faber erkannte, dass die von ihm konstruierten Polynome in einer engen Beziehung zu *Tschebyscheff-polynomen* stehen. Ist K eine kompakte Teilmenge von $\mathbb{C}$, die aus unendlich vielen Punkten besteht, so ist die Familie $(T_n^K)_{n \in \mathbb{N}_0}$ der Tschebyscheffpolynome eindeutig durch die Forderung bestimmt, dass T_n^K unter allen normierten holomorphen Polynomen vom Grad n die Supremumsnorm auf K minimiert. Um diese Polynome angemessen behandeln zu können, werden in meiner Arbeit einige Grundlagen aus der Approximationstheorie bereitgestellt, wobei vor allem das lineare Approximationsproblem in $(C(K), \|\cdot\|_K)$ von Bedeutung ist. Motiviert durch eine Beweistechnik von Faber, wird dabei das Konzept der Faber-Sesquilinearformen entwickelt, welches eng mit extremalen Signaturen verwandt ist

und die Struktur eines Skalarproduktes so weit wie möglich imitiert. Es stellt sich heraus, dass damit Bestapproximationen sogar in jedem normierten (reellen oder komplexen) Vektorraum charakterisiert werden können.
Fabers überraschende Beobachtung, dass seine Polynome in den Fällen $K = \{z \in \mathbb{C};\ |z| \leq 1\}$ und $K = [-2, 2]$ mit den entsprechenden Tschebyscheffpolynomen übereinstimmen, veranlasste bereits P. Heuser (1949) und E. Mohr (1952) zu einer genaueren Untersuchung dieser Phänomene. In meiner Arbeit findet sich eine Darstellung ihrer durchaus verblüffenden Resultate, wobei die Argumentation von E. Mohr noch verkürzt wird. Eine Invarianzeigenschaft obiger Tschebyscheffpolynome, die sich vor diesem Hintergrund als ursächlich für Fabers Beobachtungen herausstellt, führt schließlich zu einer Ausweitung des Satzes von Rivlin-Shapiro.
Als Konsequenz dieses engen Zusammenspiels ergibt sich, dass Faber- und Tschebyscheffpolynome nicht nur unter Spiegelungen und affin linearen Abbildungen des zugrundeliegenden Kompaktums, sondern auch beim Übergang zu Lemniskaten ein ähnliches Transformationsverhalten zeigen. Für die Tschebyscheffpolynome verallgemeinert dies ein Resultat von B. Fischer und F. Peherstorfer (2001). Zugleich kann in diesem Zusammenhang eine charakterisierende Eigenschaft der beiden Kompakta $K = \{z \in \mathbb{C};\ |z| \leq 1\}$ und $K = [-2, 2]$ herausgearbeitet werden.

Faber, G. (1903). Über polynomische Entwickelungen, *Math. Ann.*, **57**, 389–408.

Faber, G. (1920). Über Tschebyscheffsche Polynome, *J. Reine Angew. Math.*, **150**, 79–106.

Fischer, B. und Peherstorfer, F. (2001). Chebyshev approximation via polynomial mappings and the convergence behaviour of Krylov Subspace Methods, *Electron. Trans. Numer. Anal.*, **12**, 205-215

Freie Untergruppen in $\mathcal{U}(\mathbb{Z}G)$ und dieder-kritische Elemente (Leo Margolis)

Ein Thema, welches in den letzten Jahren einige Beachtung gefunden hat, ist das Auffinden und Konstruieren von freien nicht-abelschen Untergruppen in der Einheitengruppe eines ganzzahligen Gruppenrings über einer endlichen Gruppe. Einige dieser Ergebnisse und die hierzu benötigten Einheiten werden im ersten Teil der Arbeit vorgestellt. Mit dem Ziel mit jeder Bass-Einheit über einem Element von Primzahlordnung mindestens 5 eine freie nicht-abelsche Untergruppe zu konstruieren, definierten Á. del Río und J. Z. Gonçalves sogenannte dieder-kritische Elemente, welche ein minimales Gegenbeispiel zu der Vermutung enthalten müssten. Dabei heißt ein Element g einer endlichen Gruppe G dieder-kritisch, wenn es in der gesamten Gruppe nicht nur zu sich selbst und seinem Inversen konjugiert ist, aber in jeder Untergruppe und Faktorgruppe von G schon. Del Río und Gonçalves lieen die Frage nach dieder-kritischen Elementen in einfachen Gruppen offen und bewiesen die Vermutung somit nur für auflösbare Gruppen.
Der zweite Teil der Arbeit beschäftigt sich mit der Beschreibung der endlichen einfachen Gruppen, welche dieder-kritische Elemente enthalten. Nach einem Resultat von Guralnick, welches die Klassifikation der endlichen einfachen Gruppen verwendet, sind dies nur Gruppen vom Typ $\mathrm{PSL}(2, q)$. Dieses Ergebnis läßt hoffen, es auch ohne die Klassifikation beweisen zu können. Ist die Ordnung des Zentralisators des dieder-kritischen Elements gerade, so läßt sich die Struktur der 2-Sylowgruppe bestimmen und diese erlaubt mit Hilfe von Resultaten aus der Frühzeit des Klassifikationsbeweises das Ergebnis von Guralnick in diesem Fall auch ohne die Klassifikation nachzuweisen.

Schnelle Fourier-Transformation für dünne Daten (Ines Melzer)

Die Auswertung eines trigonometrischen Polynoms, gegeben durch seine Fourier-Koeffizienten an endlich vielen Abtaststellen, ist eine grundlegende Aufgabe der numerischen Mathematik. Für ein trigonometrisches Polynom vom Grad $N = 2^L$, $L \in \mathbb{N}$, und äquidistante Abtaststellen kann dies mit der schnellen Fourier-Transformation (FFT) in $\mathcal{O}(N \log N)$ Gleitkommaoperation realisiert werden. Sind aber nun weiterhin viele der gegebenen Fourier-Koeffizienten Null und ist die Anzahl der Abtaststellen klein, so zieht die FFT daraus keinen wesentlichen weiteren Vorteil, siehe auch Pruned FFTs. Des Weiteren ist die FFT nur für äquidistante Abtaststellen im Zeit- und Frequenzbereich anwendbar. Wir betrachten jedoch im d-dimensionalen, $d \geq 2$, beliebige Abtaststellen

$$\widetilde{\Omega} = \{\boldsymbol{\xi}_k : k = 1, \dots, M_2\} \subset [0, N]^d, \quad M_2 = \mathcal{O}(N^{d-1}),$$

$$\widetilde{X} = \{\mathbf{x}_j : j = 1, \dots, M_1\} \subset [0, N]^d, \quad M_1 = \mathcal{O}(N^{d-1}),$$

die auf $(d-1)$-dimensionalen glatten Mannigfaltigkeiten gegeben sind. Ziel ist die Auswertung der durch ihre auf den Abtaststellen $\boldsymbol{\xi}_k \in \widetilde{\Omega}$ gegebenen Fourier-Koeffizienten $f_k \in \mathbb{C}$ definierten Funktion

$$u : [0, N]^d \to \mathbb{C}, \qquad u(\mathbf{x}) = \sum_{\boldsymbol{\xi}_k \in \widetilde{\Omega}} f_k \mathrm{e}^{2\pi \mathrm{i} \boldsymbol{\xi}_k \cdot \mathbf{x}/N}, \tag{1}$$

in den Abtaststellen $x \in \widetilde{X}$. Die direkte Auswertung der Funktion u bedarf $\mathcal{O}(N^{2d-2})$ viele Gleitkommaoperationen. Für die Entwicklung einer schnelleren Methode zur Auswertung der Funktion u betrachten wir zunächst den eindimensionalen Fall und entwickeln auf der Grundlage von Lexing Yings Ideen (2009) mit dem sogenannten Butterflyschema einen schnellen approximativen Algorithmus, der die Funktion (1) in den gewünschten Stellen in $\mathcal{O}(N \log N(|\log \varepsilon| + \log \log N)2)$ Gleitkommaoparationen auswertet, wobei $\varepsilon \in (0, 1)$ die gewünschte Zielgenauigkeit ist. Dazu nutzen wir aus, dass sich der Fourier-Kern $e_N : [a_0, a_1] \times [b_0, b_1] \to \mathbb{C}$, $e_N(x, \xi) = \mathrm{e}^{2\pi \mathrm{i} \xi x/N}$, unter der Zulässigkeitsbedingung $(a_1 - a_0)(b_1 - b_0) \leq N$ durch eine geeignete Interpolation mit festen Frequenzen $\beta_s \in [b_0, b_1]$, $s = 0, \dots, p-1$, als Niedrigrangapproximation

$$\left| \mathrm{e}^{2\pi \mathrm{i} \xi x/N} - \sum_{s=0}^{p-1} f_s \mathrm{e}^{2\pi \mathrm{i} \beta_s x/N} \right| \leq \varepsilon$$

darstellen lässt. Wir übertragen das Verfahren auf den d-dimensionalen Fall und erhalten die Komplexität $\mathcal{O}(N^{d-1} \log N(|\log \varepsilon| + \log \log N)^{d+1})$. Des Weiteren betrachten wir neben der arithmetischen Komplexität die Fehlerabschätzung und die numerische Stabilität verschiedener Varianten.

Lexing Ying (2009). Sparse Fourier transform via butterfly algorithm *SIAM J. Sci. Comput.*, **31**(3), 1678-1694

Matteo Frigo und Steven G. Johnson, Pruned FFTs, *http://www.fftw.org/pruned.html* .

Stefan Kunis und Ines Melzer (2011). On the butterfly sparse fourier transform. *Preprint.*

Der de Rham-Isomorphismus und die L_p-Kohomologie nicht-kompakter Riemannscher Mannigfaltigkeiten (Nikolai Nowaczyk)

Zur Klassifikation von Mannigfaltigkeiten werden schon seit Jahrzehnten aus verschiedenen Bereichen der Mathematik etliche Beiträge geliefert. Mit Methoden der algebraischen Topologie etwa lassen sich Invarianten wie die singuläre Kohomologie $H_{\mathrm{sing}}(M)$ einer Mannigfaltigkeit M definieren. De Rham zeigte in den 30ern, dass die de Rham-Kohomologie $H_{\mathrm{dR}}(M)$ auf einer glatten Mannigfaltigkeit isomorph zur singulären ist. Falls die Mannigfaltigkeit durch einen Simplizialkomplex K trianguliert ist, so ist auch die simpliziale Kohomologie $H(K)$ isomorph zu den beiden erst genannten. Alle diese Kohomologien sind invariant unter Homotopien und liefern daher Obstruktionen gegen Homotopieäquivalenzen.
Vom geometrischen Standpunkt aus ist Homotopie jedoch eine zu schwache Form der Äquivalenz; sie ignoriert die Metrik auf einer Riemannschen Mannigfaltigkeit (M, g) völlig. Die L_p-*Kohomologie* ist

eine Invariante auf (M,g), welche anschaulich gesprochen einerseits die Metrik g mit einbezieht, jedoch andererseits auch nicht zu empfindlich ist. Formal bedeutet dies, dass L_p-Kohomologie invariant unter Quasi-Isometrien ist.
Falls man eine glatte Triangulierung $h : K \to M$ der Mannigfaltigkeit gegeben hat, so kann man analog zu den klassischen Kohomologietheorien sowohl auf M als auch auf K eine L_p-Kohomologie definieren. Es stellt sich unmittelbar die Frage, ob diese ebenfalls isomorph sind. Unter gewissen technischen Bedingungen an die Triangulierung, kann man diese Frage bejahen. Der Beweis dieses Satzes ist das Herzstück meiner Diplomarbeit.
Die Arbeit basiert auf einem Artikel von Goldshtein, Kuzminov und Shvedov aus den 80ern, welcher lediglich acht Seiten lang ist. Darin werden alle zentralen Begriffe eingeführt und die wichtigsten Sätze skizziert. Für eine Theorie dieser Größenordnung ist das natürlich sehr kurz. Viele Voraussetzungen und Details fehlen, und da oft auf ähnlich schwer zu lesende und zu beschaffende Literatur verwiesen wird, fällt ein lückenloses Nachvollziehen der Argumentation schwer. Meine Aufgabe bestand daher darin, diesen Artikel aufzuarbeiten und eine möglichst in sich abgeschlossene Behandlung des Themas zu liefern. Diese ist mit 130 Seiten dann auch deutlich umfangreicher als das Original geworden. Am Schluss liefere ich noch einen Überblick über neuere Entwicklungen in der Forschung und einige eigene Bemerkungen.

Ergodensätze für mittelbare Gruppen (Felix Pogorzelski)

In dieser Arbeit betrachten wir dynamische Systeme (X,G), wobei $X = (X,\mathcal{B},\mu)$ einen σ-endlichen Maßraum beschreibt und G eine σ-kompakte, mittelbare Gruppe darstellt, welche maßerhaltend auf X wirkt, d.h. $\mu(g\cdot A) = \mu(A)$ für alle $g \in G$ und alle $A \in \mathcal{B}$. Wir geben zunächst (Kapitel 2) eine kurze Einführung in die Theorie mittelbarer Gruppen und stellen wichtige Beispiele dar. Die Mittelbarkeit von G wird charakterisiert durch die Existenz einer Folge $\{F_n\}$ kompakter Teilmengen aus G, welche sich durch spezielle Invarianzeigenschaften auszeichnen *(Følnerfolge)*. Details und Beispiele werden in Kapitel 3 betrachtet. Mittels Følnerfolgen lassen sich abstrakte ergodische Mittel $A_N f$ durch

$$A_N f(x) := m_L(F_N)^{-1} \int_{F_N} f(g\cdot x)\, dm_L(g), \quad f \in L^p(X),\, 1 \le p < \infty$$

definieren, wobei $m_L(\cdot)$ das Linkshaarma auf G bezeichnet.

Im Folgenden werden die Konvergenzeigenschaften der $A_N f$ $(N \to \infty)$ in L^p und f.ü. ausführlich untersucht. Als Höhepunkt der Arbeit beweisen wir eine Erweiterung von Elon Lindenstrauss' gefeiertem Ergodentheorem (siehe [1]), indem wir punktweise f.ü. Konvergenz der $A_N f$ auf $L^p(X)$ für alle $1 \le p < \infty$ ber σ-endlichen Maßräumen nachweisen (Kapitel 8).

Wir gehen dazu in vier Schritten vor.

- In Kapitel 4 weisen wir die Konvergenz der $A_N f$ in L^p nach und erhalten die sog. mittelergodische Zerlegung des Raumes $L^p(X)$.
- Mit dieser Zerlegung beweisen wir das punktweise Ergodentheorem auf einem dichten Unterraum von $L^p(X)$ (Kapitel 5).
- In Kapitel 6 wird das sog. Transferenzprinzip erläutert. Wir zeigen, dass Transferenz-Ungleichungen hinreichend sind für L^p-Maximalungleichungen. Letztere verwenden wir, um das Konvergenzresultat von L^p-Unterräumen auf deren Abschluss zu übertragen.
- Schließlich beweisen wir unter Ausnutzung der intrinsischen Gruppenstruktur und in Anlehnung an [1] die Gültigkeit der Transferenzungleichungen für alle $1 \le p < \infty$ (Kapitel 8). Der vorige Abschnitt (Kapitel 7) behandelt eine kombinatorische Methode von Benjamin Weiss (siehe [2]) für abzählbare Gruppen.

Abschließend (Kapitel 9) erwähnen wir Anwendungen des punktweisen Ergodentheorems.

LINDENSTRAUSS, ELON *Pointwise Theorems for Amenable Groups*, Invent. Math. **146** (2001), pp. 259–295.

WEISS, BENJAMIN *Topics in Dynamics and Ergodic Theory — Actions of Amenable Groups*, London Math. Soc. Lecture Notes **310** (2010), pp. 226–262.

Dreiecksgruppen, die als Veechgruppen auftreten (Anja Randecker)

Die affine Gruppe einer Translationsfläche besteht aus den orientierungserhaltenden Homöomorphismen, die lokal affin bezüglich der Translationsstruktur sind. Betrachtet man nur die Ableitungen dieser Homöomorphismen, so erhält man die Veechgruppe zu dieser Translationsfläche. Sie ist eine Untergruppe von $SL(2, \mathbb{R})$ und steht in einem engen Zusammenhang zu Teichmüllerkreisscheiben und Teichmüllerkurven im Modulraum.

Eine noch nicht abschließend beantwortete Fragestellung in der Theorie der Veechgruppen ist, welche Untergruppen von $SL(2, \mathbb{R})$ überhaupt als Veechgruppen auftreten können. In dieser Diplomarbeit wird das Resultat aufgegriffen, dass einige Dreiecksgruppen als Projektion von erweiterten Veechgruppen in $PS^*L(2, \mathbb{R})$ realisiert werden können.

Die Translationsflächen dazu lassen sich explizit durch Gittergraphen beschreiben, wobei eine Konstruktion von Thurston verwendet wird. Eine andere Beschreibung derselben Fläche über die Verklebung von halbregelmäßigen $2n$-Ecken ist nützlich, um einige Elemente der Veechgruppen zu finden, die eine Dreiecksgruppe erzeugen. Dass die entsprechenden Elemente auch ausreichen, um die Veechgruppe zu erzeugen, wird mit Methoden aus der Theorie der Orbifaltigkeiten und insbesondere mit einer Version des Satzes von Riemann und Hurwitz für Orbifaltigkeiten gezeigt.

Für einige der Translationsflächen werden abschließend die affinen Gruppen als Untergruppen der Abbildungsklassengruppen ausgedrückt, wodurch sich die Stabilisatoren der entsprechenden Teichmüllerkreisscheiben bestimmen lassen.

Numerical methods on reconfigurable hardware using high level programming paradigms (Mareike Schmidtobreick)

The first chapter introduces the technological background of the reconfigurable hardware, namely the Field Programmable Gate Arrays (FPGAs), giving the main difference compared to a CPU as the reprogrammability of its configurable components: programmable logic, routing and I/O blocks. Further benefits such as the lower energy consumption and disadvantages such as the low maximum clock frequency are mentioned. Then the process of mapping an algorithm to an FPGA is described.

As a first C-to-VHDL converter the open-source project *Riverside Optimizing Compiler for Configurable Computing* (ROCCC) 2.0 is evaluated. Unfortunately there are significant constraints on the C-code which the user writes (e.g. no doubly nested for-loops are allowed) and in addition no help is given in bringing the generated HDL onto the FPGA.

The second converter which is evaluated is the *Impulse CoDeveloper* ^{TM} (short *Impulse C*) which rather is a development environment for hardware programming including compilers, libraries and other tools. The programing model of Impulse C is based on the *CSP* (communicating sequential processes) programming model and is targeted at stream- oriented applications and for communication within the FPGA or with the CPU Impulse C offers special Impulse C specific objects, such as streams, signals and shared memory.

In order to find reasonable benchmarks, different tests were developed and analyzed. The first three test-series are aimed at gaining the time an mathematical operation needs on an FPGA. Each following test improves the previous. The result is that the division for floating point numbers is slower compared to addition or multiplication by the factor of about 5.8. Additionally, implementing floating point operations requires more logic of the FPGA than for fixed point numbers. In further tests the effect of changing the FPGAs frequency and duplicating the hardware processes and therefore partitioning the workload to several hardware processes was evaluated. Changing the frequency might result in wrong solutions and although duplicated hardware processes shorten the execution time, setting them up is laborious work. A comparison of the FPGA-using application with a software-only version in respect to energy consumption leads to different results strongly depending on the structure and the parallelism of the applications.

In a last step the actual application to numerical problems is evaluated: a preconditioner for the Conjugate Gradient (CG) method for solving a linear equation systems, which arises when applying the Finite Difference method to the Poisson equation is implemented. Possible preconditioners include using one iteration of the following splitting methods: the Jacobi, the Gauss-Seidel or the SOR method (combined with the red-black method). These methods are implemented using Impulse C and its associated tools for the FPGA.

Application of multistage stochastic programming in strategic telecommunication network planning (Jonas Schweiger)

Telekommunikation ist eine wesentliche Grundlage für die Informationsgesellschaft. Sowohl in der Geschäftswelt als auch im Privaten wird die ständige Verfügbarkeit von mobiler Telekommunikation heutzutage vorausgesetzt. Die Entwicklung der Nachfrage ist dabei die treibende Kraft des Netzausbaus und stellt gleichzeitig eine starke Unsicherheitsquelle dar. Die strategische Netzplanung hat daher die Unsicherheit zu berücksichtigen; die geplante Netzevolution sollte sich an veränderte Marktbedingungen anpassen.

In diesem Vortrag werden mathematische Modelle und effiziente Optimierungsmethoden für die strategische Planung von zellulären Funknetzen vorgestellt. Wir formulieren das Netzplanungsproblem als mehrstufiges stochastisches Programm mit Ganzzahligkeitsbedingungen. Dabei modellieren wir die Nachfrageentwicklung als stetigen, stochastischen Prozess und approximieren ihn durch diskrete Szenariobäume. Ein dreistufiger Ansatz wird für die Erzeugung von unregelmäßigen Szenariobäumen verwendet, die die Grundlage der stochastischen Programme sind.

Mit Hilfe von Untersuchungen für realistische Planungsszenarien überprüfen wir unseren Planungsansatz. Wir nutzen sowohl Daten aus öffentlich zugänglichen Quellen als auch ein Planungsszenario eines deutschen Netzbetreibers, um Ausbaupläne und finanzielle Bewertungen für UMTS-Funknetze zu berechnen.

Dimension computations in non-commutative associative algebras (Grischa Studzinski)

In dieser Arbeit wird erklärt, was Faktoren der freien, assoziativen Algebra sind und wie man gewisse Eigenschaften dieser Faktoren berechnen kann. Der besondere Schwerpunkt liegt dabei auf der Berechnung der Dimension über einem Grundkörper K solcher Faktoralgebren, sowie der Fragestellung, ob diese endlich ist oder nicht. Für diese Probleme werden Algorithmen präsentiert und erläutert. Des Weiteren werden Methoden zur Berechnung der Hilbertreihe und einer Vektorraumbasis der Algebra vorgestellt, wobei ein neuer Ansatz zur Speicherung dieser Basis vorgestellt und dessen Vorzüge dargelegt werden.

Grundlegendes Hilfsmittel für diese Berechnungen stellen (nicht-kommutative) Gröbnerbasen dar. Dafür wird einmal ein klassischer Algorithmus zur Berechnung erläutert und darüber hinaus die neuartige “Letterplace”-Methode vorgestellt, welche eine Alternative zum klassischen Algorithmus bietet. Darüber hinaus wird gezeigt, wie man bereits Informationen gewinnt, wenn die Gröbnerbasis nur partiell bekannt ist und wie man dies bei Anwendungen benutzen kann.

Die vorgestellten Algorithmen wurden in das Computeralgebrasystem Singular implementiert. Die Arbeit enthält eine Erläuterung der Implementation, sowie Vergleiche zu anderen Systemen an Hand relevanter Beispiele.

Grenzwertsätze für Bernoulli-Faltungen (Christoph Tasto)

Bernoulli-Faltungen bezeichnen die Grenzwerte bezüglich Verteilungskonvergenz $\lim_{n\to\infty} \ast_{j=1}^{n} \mathrm{Ber}(p_j)$ von Faltungen von Bernoulli-Verteilungen, falls $\sum_{j=1}^{\infty} p_j < \infty$ ist.

Im ersten Teil der Arbeit werden für die weiteren Berechnungen wichtige Hilfsmittel in Bezug auf Verteilungskonvergenz, Straffheit und gleichgradige Integrierbarkeit geliefert.

Der Hauptteil widmet sich den Grenzwertsätzen für Bernoulli-Faltungen: Elemente aus dem topologischen Abschluss bezüglich Verteilungskonvergenz von Bernoulli-Faltungen sind Faltungen von Poisson-Verteilungen und Bernoulli-Faltungen und werden BP-Faltungen genannt. Elemente aus dem entsprechenden Abschluss für ganzzahlig verschobene Bernoulli-Faltungen sind Faltungen von BP-Faltungen und Spiegelungen solcher Verteilungen und heiß en $BP\check{BP}$-Faltungen.

Die Parameterfolge einer Bernoulli-Faltung kann ohne Einschränkung als fallend angenommen werden. Mit Hilfe der verallgemeinerten erzeugenden Funktion wird gezeigt, dass für BP-Faltungen, und unter bestimmten Bedingungen für $BP\check{BP}$-Faltungen, die Parameter dieser Verteilungen eindeutig festgelegt sind.

Eine für die Verteilungskonvergenz von BP-Faltungen hinreichende und notwendige Bedingung ist die Konvergenz der Erwartungswerte und der Bernoulli-Parameter gegen den Erwartungswert bzw. die Bernoulli-Parameter der Grenzverteilung.

Folgen von $BP\check{BP}$-Faltungen konvergieren, falls der BP-Anteil und der $\check{BP}$-Anteil konvergieren. Da $BP\check{BP}$-Faltungen ihre Parameter aber nur in bestimmten Fällen eindeutig festlegen, kann dieses Ergebnis nur bedingt umgekehrt werden.

Abschließ end wird ein korrigierter Beweis für einen richtigen Satz von Deheuvels, Puri und Ralescu zur gleichmäßigen Konvergenz der Verteilungsfunktionen standardisierter endlicher Bernoulli-Faltungen gegen die Standardnormalverteilung gegeben.

Kohomologische Invarianten modularer Gruppenalgebren (Tilemachos Vassias)

Das Modulare Isomorphieproblem (MIP) fragt, ob für endliche p-Gruppen G, H folgende Implikation gilt:

$$\mathbb{F}_p G \cong \mathbb{F}_p H \Rightarrow G \cong H.$$

Obwohl das Problem schon seit Jahrzehnten offen ist, ist der Kenntnisstand, um das Problem effektiv anzugehen, sehr mager. Eines der wenigen bekannten Kriterien in die Richtung basiert auf

Quillens Stratifikationssatz. Dieses stellt eine enge Verbindung zwischen den elementarabelschen p-Untergruppen einer Gruppe G und dem Spektrum des Ringes $H^{\cdot}(G, \mathbb{F}_p)$ her, wobei $H^{\cdot}(G, \mathbb{F}_p)$ von allen homogenen Elementen geraden Grades des Kohomologieringes $H^*(G, \mathbb{F}_p)$ erzeugt wird.

Der erste Teil meiner Arbeit gibt einen kurzen Überblick über das MIP. Es werden die wichtigsten bekannten Kriterien diskutiert und bewiesen.

Ziel des zweiten Teils der Arbeit ist der Beweis von Quillens Stratifikationssatz in seiner für das MIP nützlichen Umformulierung. Nach einer kurzen Einführung in die Kohomologie von Gruppen wird der Satz von Venkov-Evans bewiesen, dass der Kohomologiering eine endlich erzeugte Algebra ist. Danach wird Serres Satz vom Verschwinden der Bocksteine bewiesen, so dass schlussendlich der Beweis von Quillens Satz angegeben werden kann.

Im letzten Teil der Arbeit werden Anwendungen des Quillenkriteriums angegeben, die bisher nicht bekannt zu sein schienen. Insbesondere wird bewiesen, dass p-Gruppen vom Rang 2 für $p \geq 5$ bestimmt sind. Ferner wird gezeigt, dass die einfachen Gruppen vom Lie-Typ durch ihre modulare Gruppenalgebra bestimmt sind, wobei die definierende Charakteristik der Gruppe und die Charakteristik des Körpers, der für die Konstruktion der Gruppenalgebra verwendet wurde, übereinstimmen müssen.

Modellreduktion instationärer Strömungsvorgänge mit der Proper Orthogonal Decomposition Methode (Martin Wlotzka)

Die Proper Orthogonal Decomposition (POD) Methode ist ein Ansatz zur Erstellung reduzierter Modelle fr komplexe Vorgänge. Ein mit dieser Methode aufgestelltes Modell zeichnet sich durch eine wesentlich geringere Anzahl der Freiheitsgrade gegenüber dem Ausgangsmodell aus. Dabei wird die Reduktion der Anzahl der Freiheitsgrade durch die Verwendung von speziellen, der Problemstellung angepassten Basis-Funktionen erreicht.
Bei der Snapshot-Form der POD-Methode geht man davon aus, dass Funktionen der Raumvariablen zur Verfügung stehen, die die Lösung des zugrundeliegenden Systems zu gewissen Zeitpunkten repräsentieren. Diese Funktionen werden Snapshots genannt. Aus den Snapshots kann eine sogenannte POD-Basis eines Funktionenraumes mit kleiner Dimension gewonnen werden, der als Ansatz- und Testraum fr eine Galerkin-Approximation der Lsung dient.
In dieser Arbeit dient eine instationäre 2D-Strmung eines inkompressiblen Newtonschen Fluids als Anwendung. Mit Hilfe der oben genannten Methode werden verschiedene reduzierte Modelle erstellt. Zur Beurteilung der Qualität der POD-Lösungen wird ein Fehlerfunktional definiert. Es zeigt sich, dass die Anzahl der Freiheitsgrade um drei Größenordnungen gegenüber der Finite-Elemente-Methode reduziert werden kann. Dabei beträgt der relative Fehler der reduzierten Lösung gegenüber der Finite-Elemente-Lösung weniger als ein Prozent.
Der Aufwand zur Berechnung einer POD-Lösung wird wesentlich durch die Anzahl der verwendeten Snapshots und durch den Rang der POD-Basis bestimmt. Bei einer festgelegten Anzahl an Snapshots und einem festen Rang der Basis entscheidet die Lage der Snapshots ber die Qualität des reduzierten Modells. Die Untersuchungen zur Modelladaptivität behandeln daher die Frage, wie die Lage der Snapshots optimal gewählt werden kann. Diese Fragestellung wird in Form eines Optimierungsproblems analysiert. Es werden Optimalitätsbedingungen erster und zweiter Ordnung betrachtet und daraus wird ein Algorithmus zur näherungsweisen Berechnung der optimalen Lage der Snapshots gewonnen. Die Ergebnisse zeigen, dass man auch bei einer geringen Anzahl an verwendeten Snapshots und einem kleinen Rang der POD-Basis akkurate reduzierte Modelle erhalten kann. Mit nur 30 Snapshots und sechs Basis-Funktionen kann eine Lage der Snapshots berechnet werden, bei der die Lösung des reduzierten Modells einen relativen Fehler unter drei Prozent besitzt.

Bordismusinvarianz des Grobindex (Christopher Wulff)

Meine Diplomarbeit behandelt ein Problem aus der Indextheorie: Ein elliptischer Differentialoperator D über einer kompakten Mannigfaltigkeit ist ein Fredholmoperator und daher ist sein (analytischer) Index

$$\operatorname{ind}(D) = \dim\ker(D) - \dim\operatorname{coker}(D)$$

als ganze Zahl wohldefiniert. Elliptische Differentialoperatoren über nichtkompakten Mannigfaltigkeiten sind hingegen keine Fredholmoperatoren und obige Definition des Index ist nicht mehr anwendbar. Besitzt die zugrundeliegende Mannigfaltigkeit M jedoch eine vollständige riemannsche Metrik, so kann der Index als Element von $K_*(C^*(M))$, der K-Theorie der Grobalgebra von M, konstruiert werden.

In der Indextheorie über kompakten Mannigfaltigkeiten spielt die Bordismusinvarianz des Index, die unter anderem dem ersten Beweis des Indexsatzes von Atiyah und Singer zugrunde liegt, eine wichtige Rolle. In meiner Diplomarbeit wird die Bordismusinvarianz des Grobindex bewiesen.

Teilnehmerliste

Daniel Andres (RWTH Aachen) daniel.andres@math.rwth-aachen.de
Inga Benner (Universität Stuttgart) ibenner@mathematik.uni-stuttgart.de
Max Dörner (Universität zu Köln) mdoerner@math.uni-koeln.de
Florian Fuchs (Technische Universität München) ffuchs@ma.tum.de
Gerald Gamrath (Zuse-Institut Berlin) gamrath@zib.de
Torsten Görner (Universität Osnabrück) torsten.goerner@uos.de
Felix Günther (Humboldt-Universität zu Berlin) felix.guenther@googlemail.com
Olga Heismann (TU Berlin) mail@olgaheismann.com
Heiko Hoffmann (Universität des Saarlandes) heikohoffmann86@aol.com
Johannes Hofscheier (Universität Tübingen) johannes.hofscheier@uni-tuebingen.de
Christian Jäh (Bergakademie Freiberg) christianjaeh@web.de
Andrzej Jarynowski (Jagiellonian University) andrzej.jarynowski@uj.edu.pl
Clemens Jörder (Albert-Ludwigs-Universät Freiburg) clemens.joerder@math.uni-freiburg.de
Markus Knappitsch (Universität Münster) markus.knappitsch@uni-muenster.de
Thekla Kober (Hannover) theklakober@yahoo.de
Felix Lucka (Universität Münster) felix.lucka@uni-muenster.de
Tobias Mai (Universität des Saarlandes) mai@math.uni-sb.de
Leo Margolis (Universät Stuttgart) leo.imsueden@yahoo.com
Ines Melzer (Universität Osnabrück) ines.melzer@uos.de
Florian Modler (Universität Hannover) florian.modler@gmx.de
Nikolai Nowaczyk (Universität Bonn) n.nowaczyk@web.de
Benjamin Plasa (Universität Münster) b.plasa@uni-muenster.de
Felix Pogorzelski (Universität Tübingen) felix.pogorzelski@uni-jena.de
Anja Randecker (Karlsruher Institut für Technologie) anja@randecker.de
Mareike Schmidtobreick (Karlsruher Institut für Technologie) mareike.schmidtobreick@kit.edu
Jonas Schweiger (Zuse-Institut Berlin) schweiger@zib.de
Grischa Studzinski (Universität Passau) grischa.studzinski@rwth-aachen.de
Christoph Tasto (Universität Trier) tasto@uni-trier.de
Tilemachos Vassias (Universität Stuttgart) Tilemachos.Vassias@googlemail.com
Johannes Vorwerk (Universität Münster) j.vorwerk@uni-muenster.de
Martin Wlotzka (Karlsruher Institut für Technologie) martin.wlotzka@kit.edu
Christopher Wulff (Universität Augsburg) christopher.wulff@math.uni-augsburg.de