

Übung 1

1. (6 Pkt) Murphys Gesetz besagt:

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Butterbrot auf die Butterseite fällt, ist direkt proportional zum Wert des Teppichs.

Um dies zu überprüfen, wurde in Cambridge folgendes Experiment durchgeführt. 225 Schüler wurden gebeten, an je 200 Tagen ihre Butterbrote A: vom Tisch, B: vom Tablett, fallen zu lassen, und zu notieren, ob das Brot auf die Butterseite fällt oder nicht.

Beschreiben Sie den Wahrscheinlichkeitsraum des Experiments. Wo liegt der Unterschied zwischen A und B?

2. (3+0,5+0,5+0,5+0,5+0,5+0,5 Pkt) Drei (unterscheidbare) Würfel werden geworfen.
- a) Beschreiben Sie den Wahrscheinlichkeitsraum für das Experiment.
 - b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:
 - i) Es wird keine 1 geworfen.
 - ii) Es wird keine 6 geworfen.
 - iii) Es werden keine 1 und keine 6 geworfen.
 - iv) Es werden keine 1 oder keine 6 geworfen.
 - v) Es werden mindestens eine 1 und eine 6 geworfen.
 - vi) Es werden keine 1 und mindestens eine 6 geworfen.

3. (1+1+1+2+1 Pkt)

Gegeben seien 2 Urnen. In der Urne eins befinden sich 5 rote und 2 schwarze Kugeln. In Urne zwei befinden sich 3 rote und 4 schwarze Kugeln. Bei einem Experiment wird ein Würfel gewürfelt. Ist der Wert des Würfels eine gerade Zahl, zieht man aus der Urne eins eine Kugel, bei einer ungeraden Zahl wird aus der Urne zwei eine Kugel gezogen.

- a) Geben Sie den Wahrscheinlichkeitsraum des Experiments an.
- b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine schwarze Kugel aus Urne 1 gezogen wird.
- c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine rote Kugel gezogen wird.
- d) Wird das obige Experiment zwei mal hintereinander durchgeführt (je 2 mal würfeln und ziehen), ohne dass die Kugeln zurückgelegt werden, erhalten wir ein neues Experiment.
 - i) Geben Sie den Wahrscheinlichkeitsraum des neuen Experiments an.
 - ii) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass zwei rote Kugeln gezogen werden.

4. (2+1+1+1+1 Pkt) Auf einem Finanzmarkt sind vier Aktien erhältlich. Eine Aktie kostet heute 29 (Euro). Die Preise X_1, X_2, X_3, X_4 in einem Monat seien unabhängig mit folgenden Wahrscheinlichkeiten:

$$\mathbb{P}[X_1 = 6] = \mathbb{P}[X_3 = 60] = \frac{1}{3}, \quad \mathbb{P}[X_1 = 42] = \mathbb{P}[X_3 = 15] = \frac{2}{3},$$

$$\mathbb{P}[X_2 = 30] = 1, \quad \mathbb{P}[X_4 = 10] = \mathbb{P}[X_4 = 50] = \frac{1}{2}.$$

- a) Zeigen Sie, dass $\mathbb{E}[X_k] = 30$.
- b) Berechnen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten für die Preise in einem Monat:
 - i) Aktie 1 ist mehr wert als Aktie 2.
 - ii) Aktie 2 ist mehr wert als Aktie 3.
 - iii) Aktie 3 ist mehr wert als Aktie 4.
 - iv) Aktie 4 ist mehr wert als Aktie 1.