Übungsblatt 1

Hausübungen

Die Hausübungen müssen bis **Dienstag, den 17.04.18, um 12:00 Uhr** in den Briefkasten "Lineare Algebra II" mit Ihrer Übungsgruppennummer im Mathematischen Institut, Raum 301 abgegeben werden. Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf **jedes** Blatt und Ihre **Matrikelnummer, Übungsgruppennummer** und den **Namen des Übungsleiters** auf das erste Blatt. Bitte heften Sie die Blätter.

H1 (10 Punkte): Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenvektoren von

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -3 \\ -2 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

H2 (10 Punkte): Alle Matrizen sind hier quadratische Matrizen über einem Körper.

(i) Zeigen Sie, dass jeder Vektor $v \neq 0$ im Kern einer Matrix ein Eigenvektor dieser Matrix ist. Bestimmen Sie den zugehörigen Eigenwert.

(ii) Zeigen Sie, dass jeder Eigenvektor einer Matrix zum Eigenwert 0 im Kern dieser Matrix liegt.

(iii) Zeigen Sie, dass jeder Eigenvektor einer Matrix A zu einem Eigenwert ungleich Null im Bild der zugehörigen Abbildung f_A liegt. Dabei ist $f_A : K^n \to K^n$ mit $x \mapsto Ax$.

H3 (10 Punkte):

(i) Bestimmen Sie den Rang und die Dimension des Kerns der $n \times n$-Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

die nur aus Einsen besteht.

(ii) Bestimmen Sie den Kern der Matrix A.

(iii) Bestimmen Sie das Bild von f_A.

(iv) Hat die Matrix A eine Basis aus Eigenvektoren? Wenn ja, diagonalisieren Sie A.