Übungsblatt 7

Hausübungen

Die Hausübungen müssen bis **Dienstag, den 05.06.18, um 12:00 Uhr** in den Briefkasten "Lineare Algebra II" mit Ihrer Übungsgruppennummer im Mathematischen Institut, Raum 301 abgegeben werden.

H20 (10 Punkte): Seien $h_1 : V \to W$ und $h_2 : W \to X$ lineare Abbildungen zwischen den K-Vektorräumen V, W und X.

(i) Zeigen Sie, dass $(h_2 \circ h_1)^* = h_1^* \circ h_2^*$ für die dualen Abbildungen gilt.

(ii) Zeigen Sie außerdem, dass h^* ein Isomorphismus ist, wenn h ein Isomorphismus ist, für lineare Abbildungen $h : V \to W$, und dass $(h^*)^{-1} = (h^{-1})^*$.

H21 (10 Punkte): Sei $f : V \to W$ linear, $B = (b_1, \ldots, b_n)$ eine Basis von V und $C = (c_1, \ldots, c_m)$ eine Basis von W. Sei weiter $f^* : W^* \to V^*$ die duale Abbildung und C^*, B^* die dualen Basen.

(i) Zeigen Sie, dass für die Abbildungsmatrizen $\mathcal{M}_{B^*}^{C^*}(f^*) = (\mathcal{M}_C^B(f))^T$ gilt.

(ii) Sei $\beta : V \times W \to K$ eine Bilinearform und G die Gram-Matrix von β bezüglich der Basen B und C.

Zeigen Sie, dass die Gram-Matrix G' von β bezüglich neuer Basen B', C' von V, W gegeben ist durch $G' = (\mathcal{M}_B^{B'}(\mathrm{id}_V))^T \cdot G \cdot \mathcal{M}_C^{C'}(\mathrm{id}_W)$.

H22 (10 Punkte): Sei V ein K-Vektorraum, $W_1, W_2 \subset V$ Unterräume.

(i) Zeigen Sie, dass $(W_1 + W_2)^0 = W_1^0 \cap W_2^0$ für die Annulatoren gilt.

(ii) Zeigen Sie, dass $W_1^0 + W_2^0 \subset (W_1 \cap W_2)^0$.

(iii) Zeigen Sie, dass in (ii) Gleichheit gilt, wenn $\dim(V) < \infty$.