Gruppenübungen

Die Gruppenübungen sind zum gemeinsamen Bearbeiten während der Übungsgruppen (in der Woche vom 16.4.) gedacht. Sie müssen nicht abgegeben werden und werden nicht bewertet.

Aufgabe 1 Berechnen Sie die Determinante der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -\sqrt[11]{\pi} & e^{-i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2 Sei der Untervektorraum $V := \{(x_1, x_2, x_3)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$ von $\mathbb{R}^3$ gegeben. Wir betrachten die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to V$ mit

$$f(v) := v - \frac{1}{3}(1,1,1)^T(1,1,1)v.$$

Bestimmen Sie die Abbildungsmatrix $\mathcal{M}_B^S(f)$ bezüglich der Standardbasis $S = \{e_1, e_2, e_3\}$ von $\mathbb{R}^3$ und der Basis $B = \{(1,-1,0)^T, (0,1,-1)^T\}$ von V.
Führen Sie mit der Transformationsformel einen Basiswechsel für die Abbildungsmatrix durch, wir betrachten als neue Basen $S' = \{(1,1,1)^T, (1,-1,0)^T, (0,1,-1)^T\}$ von $\mathbb{R}^3$ und $B' = \{(1,-1,0)^T, (0,-1,1)^T\}$ von V.

Aufgabe 3 Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -17 & -33 \\ 1 & -6 & -11 \\ 0 & 6 & 12 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4 Bestimmen Sie die Eigenwerte der reellen Matrix

$$A_\phi = \begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix}$$

in Abhängigkeit von $\phi \in \mathbb{R}$.
Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix

$$B_\phi = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ \sin\phi & -\cos\phi \end{pmatrix}$$

in Abhängigkeit von $\phi \in \mathbb{R}$.
Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix

$$C = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$