

Gruppenübungen 10

Die Gruppenübungen sind zum gemeinsamen Bearbeiten während der Übungsgruppen (in der Woche vom 25.6.) gedacht. Sie müssen nicht abgegeben werden und werden nicht bewertet.

Aufgabe 1: Sei V ein endlich-dimensionaler euklidischer bzw. unitärer Vektorraum und f ein Endomorphismus, der orthogonal bzw. unitär ist. Man zeige:

- (i) $\|f(v)\|_2 = \|v\|_2$.
- (ii) $v \perp w \Rightarrow f(v) \perp f(w)$.
- (iii) f ist Isomorphismus und f^{-1} ist auch orthogonal bzw. unitär.
- (iv) Alle Eigenwerte von f haben Betrag 1.
- (v) Frage: Sind orthogonale Endomorphismen stets diagonalisierbar?