

Gruppenübungen 4

Die Gruppenübungen sind zum gemeinsamen Bearbeiten während der Übungsgruppen (in der Woche vom 7.5.) gedacht. Sie müssen nicht abgegeben werden und werden nicht bewertet.

Aufgabe 1: Beweisen Sie Korollar 6.21 aus der Vorlesung: Sei $A \in K^{n \times n}$. Das charakteristische Polynom $P_A \in K[X]$ zerfalle in Linearfaktoren

$$P_A(X) = (X - \lambda_1)^{m_1} \cdot \dots \cdot (X - \lambda_k)^{m_k},$$

wobei $\lambda_i \neq \lambda_j$ für $i \neq j$. Dann existiert eine Matrix $S \in \mathrm{GL}_n(K)$, so dass

$$SAS^{-1} = \begin{pmatrix} C_1 & & \\ & \ddots & \\ & & C_k \end{pmatrix},$$

wobei die Blöcke $C_i \in K^{m_i \times m_i}$ obere Dreiecksmatrizen der folgenden Gestalt sind:

$$\begin{pmatrix} \lambda_i & * & * \\ & \ddots & * \\ & & \lambda_i \end{pmatrix}.$$