

Gruppenübungen 7

Die Gruppenübungen sind zum gemeinsamen Bearbeiten während der Übungsgruppen (in der Woche vom 04.6.) gedacht. Sie müssen nicht abgegeben werden und werden nicht bewertet.

Aufgabe 1: Sei K ein Körper der Charakteristik ungleich 2 (das heißt $1 + 1 \neq 0$ in K) und $V = K^{2 \times 2}$ der Vektorraum der 2×2 -Matrizen über K . Betrachten Sie die Abbildung

$$\beta: V \times V \rightarrow K, \quad \beta(A, B) := \text{Spur}(AB).$$

- (i) Zeigen Sie, dass β eine symmetrische Bilinearform ist und bestimmen Sie die Strukturmatrix von β bezüglich der Basis

$$B := \left(\left(\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \right).$$

Anmerkung: In Charakteristik 2 wäre dies keine Basis.

- (ii) Betrachten Sie die Einschränkung von β auf den Raum der 2×2 -Matrizen mit Spur 0. Geben Sie eine Strukturmatrix dieser Einschränkung bezüglich einer geeigneten Basis an.