13.7.2016

(13.) Bonusübung zur Vorlesung Mathematik für Lehramtsstudierende II

Dr. Sandra Kliem, Dr. Holger Deppe

Aufgabe 1. (7 Punkte)
Finden Sie alle Lösung(en) der Differentialgleichung $\dot{x} = \frac{1}{t}x + t^3$ auf $I = (0, \infty)$.

Aufgabe 2. (7 Punkte)
Sei

$$A := \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie eine Lösung $\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{C}^3$ der DGL $\dot{x} = Ax$ zum Anfangswert $\alpha(0) = (5, 0, 0)^T$, indem Sie zunächst A in Jordansche Normalform bringen.

Aufgabe 3. (7 Punkte)
Lösen Sie die DGL aus Aufgabe 2 (mit gleichem Anfangswert) über den Lösungsansatz von Bem. 9.30.

Aufgabe 4. (7 Punkte)
Lösen Sie die DGL $\dot{x} = Ax$ mit

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Tipp: Lösungsansatz von Bem. 9.30.

Aufgabe 5. (7 Punkte)
Bestimmen Sie alle reellwertigen Lösungen $\alpha \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R}^2)$ der DGL

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} x.$$

Aufgabe 6. (7 Punkte)
Wir betrachten das inhomogene Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 + x_1 &= \sin(t) \end{aligned}$$

Finden Sie alle Lösungen dieses Systems, indem Sie zunächst (durch Raten) die Lösungsmenge des zugehörigen homogenen Differentialgleichungssystems bestimmen.
Tipp: $\sin^2(t)$ hat die Stammfunktion $\frac{1}{2}(t - \sin(t)\cos(t))$ (und welche Ableitung?).

Bitte schreiben Sie Ihren Namen, Matrikelnummer und Gruppennummer deutlich erkennbar auf Ihre Lösung und tackern Sie diese!
Beweisen Sie alle Ihre Behauptungen und führen Sie Berechnungen explizit aus!
Abgabe: Bis Mittwoch, den 20.7.2016, um 15 Uhr in das entsprechende Fach im Studierendenarbeitsraum (MI, Raum 301). Es sind nur handschriftliche Einzelabgaben zugelassen.
Dies ist ein Bonusblatt; es ermöglicht Ihnen, bis zu 42 zusätzliche Punkte für die Klausurzulassung zu sammeln. (Für letztere benötigen Sie 240 Punkte).